[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

Contenta Hoc Volumine

1 Libro del modo di dividere Le Superficie &c.

2 La Prospettiva di Euclide } Tradott. dal. Egnatio Danti
La Prospettiva di Eliodoro Larisseo

Maurolyci Photismi de Lumine

3 — — — — Diaphanorum Libri tres

— — — — Problemata ad perspectivã et Iridem

4 Bartholini (Erasmi) De Natura mirabilibus Quæstion. Academic

5 Longomontani Absoluta Circuli Mensura

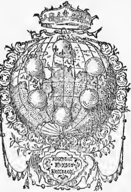
LA PROSPETTIVA DI EVCLIDE,

Nella quale ſi tratta di quelle coſe, che per raggi diritti ſi veggono: & di quelle, che con raggi reſleſsi nelli SPECCHI *appariſcono.*

Tradotta dal R. P. M. Egnatio Danti Coſmografo del Seren. Gran Duca di Toſcana. Con alcune ſue Annotationi de' luoghi piu importanti.

INSIEME CON LA PROSPETTIVA DI
Eliodoro Lariſſeo

Cauata della Libreria Vaticana, e tradotta dal medeſimo nuouamente data in luce.



IN FIORENZA.
Nella Stamperia de' Giunti.
M D L X X I I I.
Con licenzia & Priuilegio.

ALLI MOLTO MAGNIFICI NOSTRI OSSER.
Gli Accademici del Disegno DI PERVGIA.

CONOSCENDO tra tutte l'honorate scienze, che possono render chiaro, & intendente l'animo, quanto sia l'eccellenza delle Matematiche; lequali oltre all'altre, ne sono scala alla contemplatione delle piu alte cose. Et sapendo che il R. M. Egnatio Danti vostro Cittadino haueua tradotto in questa nostra lingua la prospettiua, e Specularia d'EVCLIDE, & ne' luoghi piu importanti fattoui vtili annotationi; desiderosi giouare continuamente, come habbiamo sempre fatto, agli amatori delle virtù; procurammo d'hauerle. Et benche S. R. le hauesse semplicemente tradotte per commodo della sua scuola; tuttauia per farcene piu grato dono, ui aggiunse in margine quelle propositioni della Geometria usate presupporsi chiare ne' tempi, che l'Autore

queste scrisse; le quali siamo certissimi, scuseranno vn bello, e lungo commẽto. Hora dandole in luce, per conformarci con la volontà di S. ℞, desiderosa mostrar qualche segno di gratitudine alla sua cara Patria, & alla vostra nobilissima Accademia, ci pregò, che douendosi pur stampare, non si mandassino sotto altro nome, che vostro. Parendoli potersi sperare, che tanto honorata professione del disegno fondata sopra le Matematiche, sia per ritonar di nuouo, come già fu, in huomini non solo per chiarezza d'ingegno; ma ancora ꝑ nobiltà di sangue illustri: vedendo ne'tẽpi nostri nella Accademia vostra tãte persone nobili cõ ardẽte desiderio attẽdere a cotali studij. Degninsi dunque Vv. Ss. accettar da lei, e da noi questa cortesia, che cõ quella prontezza d'animo gli offeriamo, cõ la quale desideriamo seruirle in maggior cose. Viuino felici. Di Fioreza Il di 15. di Giugno. 1573.

D. Vv. Mm. Ss.

Affettionatissimi

Filippo, e Iacopo Giunti.

M· EGNATIO DANTI PERVGINO.

Frate di San Domenico, e Cosmografo del Serenis. Gran Duca di Toscana,

Delle Lodi della Prospettiua

AGLI ACCADEMICI DEL DISEGNO DI PERVGIA.

QVELLE *arti fra tutte l'altre debbono essere tenute principalissime, & degne di essere apprese con ogni attentione di animo, le quali dependendo da proprij principij, seruono alla intelligenza, & cognitione dell'altre, tra le quali la Prospettiua tiene vno de' primi luoghi; poiche senz'essa niuna dell'arti liberali puote perfettamente essere intesa. Onde con gran ragione si può dire, che come il Sole da luce alle stelle, cosi essa apporti luce, & splendore à tutte le scienze. Imperoche imparando noi dalla Prospettiua, che il raggio uisuale, che passa per mezzi diuersi, come per l'aria pura, & per la densa, & per l'aria, & per l'acqua come anco per l'aria, & per il fuoco, rompendosi, & uscendo del lor diritto ne auuiene, che quelle cose, che si veggono per diuersi mezzi, come è detto, ci appariscono fuori del luogo loro, & uariamente pare che mutino non solo il sito, ma la figura, la grandezza, il colore, & la distanza, come facilmente si può uedere per quelle cose, che si ueggono in diuerse qualità di aria, & per il uetro, & per l'acqua, ò per simili corpi diafani, & trasparenti. Mostraci anco la Prospettiua, che delle cose, che si muouono, quelle che ci sono piu lontane, appariscono di piu tardo moto, che non fanno quelle, che piu appresso ci sono, & bene spesso auuiene, che quelle, che stanno ferme, ò si muouono lentamente, par che si muouino nella contraria parte. Come potrà adunq; il Filosofo naturale senza la Prospettiua intendere, & conoscere perfettamente il moto, la quiete, il sito, la grandezza, et qualità delle cose naturali intorno alle quali cõsiste tutta la sua speculatione? Et come potranno mai essere conosciu*

te, &

te, & intese le Meteore di Aristotile senza l'aiuto della Prospettiua? Essendo, che questa ci insegna come nel concorso de' raggi del Sole rotti si genera il fuoco; il che ci uiene dimostrato dalla sperienza nelle palle di uetro piene di acqua, ò negli specchi cócaui, oue battendo il Sole & facendo reflettere i raggi, è cagione, che nel punto oue detti raggi reflessi, ò rotti concorrono, essendoui posta materia a cio atta si accende, & arde. Però rompendosi anco i raggi del Sole nell'aria condensata, potrà accendersi quiui il fuoco, & fare ardere le comete, & così si uedrà che oltre alla sfera del fuoco, anco i raggi del Sole hauranno forza di farci uedere noui lumi per l'aria, & della luce di Sãto Ermo, et de' fuochi Castori, de' quali alle uolte se ne uede due, et alle uolte un solo, & se ne uãno per l'aria scorrẽdo, & calã do spesso fino in terra; di donde poi risalgono in alto. Hor quale scienza ci può di tutte queste cose meglio dimostrar la cagione, che la prospettiua, come anco delle piramidi, & delle traui ardenti, che per l'aria di notte si ueggono, & così d'ogn'altra Meteora apparente; In oltre questa mirabile sciẽza è cagione, che possiamo sfuggire mille inganni; poiche ella ci insegna, che non solo nelli specchi, & nell'acqua per la reflessione de' raggi si ueggono le imagini delle cose, ma ancora nell'aria condensata caliginosa, & grossa, & ne' uapori, che si lieuano di sù la rugiada, da che bene spesso auuiene, che di notte ueggiamo cose strauaganti, quali non sono altro, che la imagine nostra, che si uede nell'aria condensata, & ci apparisce di diuersi colori, hor nera, hor bianca, & taluolta di colore di sangue secondo la qualità de' mezzi per li quali si ueggono. Et molto piu degl'altri restano ingannati, & ueggono queste cose quelli, che hanno la uista alquanto impedita, onde auuiene, che à uecchi, quali per il piu hanno la uista debole, par uedere cose strane, horribili, & marauigliose, & di tutto la Prospettiua ci rende la ragione, & liberaci ancora dalle frandi delle sagaci incantatrici, che molte uolte agli huomini ignoranti, & semplici facendoli guardare in uasi di uetro pieni di acqua, ò in specchi di diuerse maniere danno loro à credere le imagini uolar per aria, & simili altre cose, le quali tutte, ci dimostra la Prospettiua essere cagionate dalla Natura, & dall'arte. A ciascuno anco facilmente puo te essere noto quanto, & quale ornamento arrechi la prospettiua alla Geografia, poiche ella sola ci mostra il modo di ridurre in piano, in forma o ouata, ò circulare, & in diuersi altre maniere proportioneuolmente il sito di tutta la terra insieme, & delle prouincie particulari & ci fa hauere perfetta cognitione delle distanze de' luoghi facendoci conoscere chiaramente non solo la proportione, & ceuenienza di

za di sito, che ha una regione con l'altra, ma con il Cielo ancora. Et non minore aiuto dà alla Astronomia essendo cagione, che sappiamo al certo la grandezza delle stelle, & la positura de' Cieli, & conoscia mo mediante essa la Luna essere piu bassa, Saturno piu alto, che il Sole, & piu basso delle stelle fisse, che sono locate nella ottaua sfera. Ci fa anco conoscere ueramente la distantia, che è dall'un Cielo, & l'altro, & dall'una all'altra stella, & ci rende la ragione da che auuenga che le stelle ci appariscono maggiori in un luogo, che in un altro del Cielo; le quali sono tutte cose, che ciascuno douerrebbe disiderare di sapere. Et essendo (come bene disse il diuin Platone) dati da Dio otti mo, & grãdissimo all'huomo gl'occhi per loro natura riuolti in uerso il Cielo, posti in cosi nobil luogo, & simili à' lumi celesti, non pare dice il detto Filosofo, che ad altro effetto ci siano stati dati, che per considerare, & contemplare li moti celesti, & questo cosi bello, & marauiglioso palco fabbricato dalla diuina Maestà cotãto ornato; Et soggiugne, che grande errore fanno coloro, che non si seruono degl'occhi à questo, à che principalmente furono ordinati. Quanto piu graucmente possiamo noi dire, errare hoggi la maggior parte degl'huomini à non si seruire di questo senso si nobile à quello, che è senza alcun dubbio piu suo proprio, che qual si uoglia altra cosa; poiche non possiamo uolgere gl'occhi in parte alcuna, che non ci scoprino effetti marauigliosi di questa sciẽza. Et lasciãdo da banda il raccõtare il giouamento, & l'utile, che ella arreca, anzi quãto sia necessaria à infinite arti mecaniche, & particularmẽte alla Architettura, & à tutte le altre arti del disegno, si come à uoi nobilissimi ACCADEMICI *è notissimo, dirò solo, che non posso se non marauigliarmi grãdemẽte come possa essere, che appresso le persone scientiate, & dotte questa sciẽza della prospettiua sia hauuta in cosi poca stima, anzi, il dirò pure, et cõ molto mio dispiacere, pare che sia da ciascuno tenuta à uile, et che nõ bisogni piu andare à impararla nelle scuole de' Filosofi essendo da essi sbãdita, ma quel poco che ci resta, resta tutto in un poco di pratica appresso à gl'artefici meccanici, di che essendoni giudiciosamẽte accorti uoi, hauete nuouamẽte con bell'ordine instituita la nuoua Accademia dell'arti del Disegno, nella quale seguitando, come hauete cominciato, si può credere anzi tener per fermo, che in breue spatio di tempo, renderete la Città nostra nõ meno adorna di questa sciẽza che ella sia hoggi con molta sua lode, & quanto altra Città di Italia ornata, & della facultà delle Leggi, & dello splendore delle Armi*

IL FINE.

LA PROSPETTIVA DI EVCLIDE

Ttradotta, & Illuſtrata con le dichiarationi de' principij, & altri luoghi d'importanza da Maeſtro Egnatio Danti,

Coſmografo del Sereniſsimo Gran Duca DI TOSCANA.

DICHIARATIONE DI ALCVNE COSE APPARTENENTI Alla Proſpettuia.

MENTRE che quelle coſe, ch'appartengono alla viſta andaua dimoſtrãdo, daua alcuni auuertimenti, con i quali cõcludeua ogni luce eſſer portata per retta linea, della qual coſa adduceua per potiſsimo argumento, è l'ombre, che da corpi ſono gittate, e i raggi, che per le fineſtre, & per le feſſure paſſono, i quali non vedrẽmo eſſer portati rettamente come ſono, ſe i raggi cheeſcono dal Sole non andaſſero per retta linea. Diceua in oltre che i raggi qua giu del noſtro fuoco erano cagione, che i corpi oppoſtili erano da quelli in parte illuminati, & in parte gittauano ombra, hor equale ad eſsi corpi, hora maggiore, & hora minore. Et diceua ch'eguale a i corpi ſono gittate l'õbre, all'hora che i corpi ſono equali à i luminoſi fuochi che gl'illuminano. A i quali affermaua che interueniua, che gli eſtremi, & vltimi raggi foſſero paralelli, & che ne concorrẽdo inſieme diminui-

Raggi del Sole, & della lucerna vanno per retta linea.

La proportione dell'õbra col corpo che la fa.

uano l'ombra, ne manco discostandosi, & allargandosi l'acresceuano, ma che quali erano i proposti corpi in tal misura fosse loro da i raggi conseruata l'ombra. Et all'hora sono minori l'ombre, che non sono i corpi, quando i lumi che gl'illustrano, sono maggiori de gl'illuminati corpi, perche gli estremi raggi concorrendo insieme si congiungono, & per questo fanno l'ombra minore del corpo illuminato. Et finalmente allhora l'ombre sono maggiori de' corpi illuminati quando gl'illustranti lumi sono minori de' corpi illustrati. Perche à questi auuiene che gl'estremi raggi s'allargano, & discostano talmente che la parte luminosa resta minore della oscura. Il che negaua esser possibile ch'accadesse, se i raggi ch'escono dal corpo luminoso, non vscissero per linea retta; ma tutto questo si puo chiarissimamente vedere in quelle cose, che percio artificialmēte si fanno. Imperoche se innanzi a vna accesa lucerna sarà collocata vn'asicella, che nel mezzo habbia vna picciola fessura fatta da sottile sega, talmente che la fessura stia giustamēte all'incontro del mezzo della lucerna, di poi adattisi un'altra asicella auanti la prima, nella quale percuota il raggio che per la fessura della prima trapassa, trouerremo detto raggi oessere del tutto contenuto da linee rette. Similmente quello, che dal mezzo della lucerna partendosi si congiugne alla fessura della asicella sarà nella medesima retta linea. Essendo adunque manifesto ad ogn'uno, ch'ogni luce è portata per linea retta, diqui volgēdosi alla dichiaratione delle cose uisibili giudico che se li douesse concedere, ch'ogni raggio uisuale ch'esce dall'occhio, esca & sia portato per linea retta, talmente pero che l'uno dall'altro per qualche spatio & internallo sia distāte. Dal che diceua nascere, che nessuna cosa visibile si potea tutta insieme in un tratto vedere, adducendo questa ragione, diceua che spesse uolte un Ago, o altra cosi fatta cosa cadendo in terra, non si trouaua, anchor che da molti fosse diligētemēte ricerco con tutto, che non vi fosse impedimento alcuno, che da gl'occhi loro l'occultasse. Et nondimeno poco poi fissando gl'occhi oue era quell'Ago lo veddono. Dal che chiaro si scorge, che non si uedendo quel picciolo corpo, che con tanta attenzione si cerca, non si vede manco il luogo oue egli iace. Onde dall'occhio non sono viste in vn tratto tutte le parti del luogo oue egli mira. Perche se cio fosse, che fissando gli occhi vedesse ogni parte del luogo, che attentamente guarda, vedrebbe ancho

Gli strumenti fatti dall'arte ci mostrono, che i raggi sō portati per retta linea.

Nessuna cosa visibile si puo tutta in vn tratto uedere.

Esempio del l'Ago.

cho l' Ago, che si accuratamente cerca, & nondimeno non lo vede. Et riuoltatosi a quei che fissamente guardauano sopra i libri apetti, affermò, che ne manco essi poteuano in un tratto vedere tutte le lettere d'una faccia del libro. Et spesse uolte sforzandosi di trouare alcune lettere, che radamente nella detta faccia erano scritte, non poteuano. Et questo auuiene perche i raggi visuali non si gettano in vn tratto à ciascuna lettera del foglio, ne manco sono insieme vniti, & congiunti, ma distinti, & diuisi l'vno dall'altro, p qualche spatio, & interuallo, dal che nasce, ch'ogni lettera del foglio non si può nel medesimo tempo vedere. Et di qui si manifesta, che non si uede in vn tratto tutto il luogo del foglio. Et il medesimo accade d'ogni altra cosa visibile. Onde quelle cose che si veggono non si veggono tutte in vn tratto, & se bene apparisce, che si veggono, ciò auuiene per la gran prestezza, con la quale si muouono i raggi visuali, i quali discorrono sopra la cosa vista talmente, che non lassono parte di quella che non tocchino. Ma quel che molti dicono che l'immagine esce dalla cosa vista, & uiene all'occhio, dalla quale mosso comprēde la cosa veduta, ributtaua in questa maniera. Percio che proponendo in campo il dubbio, & dell' Ago, che cascato in terra non si vedeua, & di colui, che intentamente guardaua sopra il libro, diceua se la visione si fa da' raggi ch'escono dalla cosa vista, & vengono all'occhio, et che da tutti i corpi escono l'immagini, che venendo all'occhio muouono il nostro senso del vedere. Come starà, che quel che cerca l' Ago cascato in terra nō lo troui? Et colui che con ogni attenzione guarda la faccia del libro non vegga tutte le lettere, che in essa sono? Ma questo forse auuiene, perche nel guardare hanno la mente intenta ad altre cose? Nondimeno alcuni che con attentione cercano la cosa, & nō la trouano, & spesse volte mentre che con altri ragionano, & hanno la mente distratta, & applicata ad altro con prestezza la trouano. Diranno forse, che non ogni simulacro corre all'occhio. Hora per qual cagione quei che non ui corrono restano esclusi? Al che diceua EVCLIDE che la Natura hauea fatto negl'animali gli strumenti da sentire talmente, che alcuni erano accomodati à riceuere, & alcuni nò. Percioche allo vdito, al gusto, all'odorato gli haue afatti concaui, acciò potessero riceuere i corpi, che di fuori veninano a muouer detti sensi. Onde la voce applicandosi all'udito, ha bisogno di trouare vn luogo atto oue possa fer

Le lettere di vna faccia di libro non si vedono tutte in un tratto.

Che i raggi eschino dall'occhio, & che egli non riceue la immagine della cosa veduta.

Quali Organi sēsitiui siano dalla Natura fatti per riceuerele cose che di fuo ri uēgono & quali no.

marsi al quanto, perche se subito giunta si partisse, lascierebbe il senso senza hauerlo mosso, & la voce portata confusa. Per la medesima ragione, la Natura fece lo strumento dello Odorato concauo; Et percio del gusto ch'accade parlarne? Sono adunque questi sensi stati fatti concaui à guisa di cauerne, accio che i corpi quiui portati, vi potessero dimorare alquanto. Onde se i corpi, che muouono la vista, venissero all'occhio, senza che da esso si partissero i raggi per trouare la cosa veduta, era mestiero nel fabbricare l'occhio di farlo concauo, accio fosse piu commodo à riceuere i simulacri delle cose vedute. Ma questo veggiamo essere in verità altrimenti. Perche piu tosto la figura dell'occhio è tonda, e sferica Et questo li parue in cio esser bastante a confermare che i raggi visuali, che'l nostro senso muouono al vedere, escono dall'occhio, & vanno alla cosa veduta. In oltre per mostrare che le circõferenze che sono poste nel medesimo piano ch'è posto l'occhio gl'apparisono linee rette, adduceua queste ragioni; Perche l'occhio che stà nel medesimo piano ch'è la cosa veduta, sta talmente situato che non è piu alto, ne piu basso, che si sia la cosa vista, & questo vuol dire esser l'occhio nel medesimo piano. Onde se l'occhio non sarà piu alto, ne piu basso, che si sia la circonferenza ch'è descritta nel medesimo piano, non manderà fuori nessun raggio piu alto dell'altro a quelle parti piu alte della circunferenza, ne manco nessuno piu basso alle parti piu basse, ma tutti egualmente nel medesimo piano à tutte le parti della circonferenza, di maniera che questo è causa ancora, che'l piano nel quale è l'occhio c'apparisca una linea retta, come ancho la circunferentia descritta nel medesimo piano. Percioche il piano ch'è posto auanti all'occhio simile à vna linea retta, cio è tirato verso l'occhio sega il suo centro per mezzo ne si può vedere, non cascando sopra di quello raggio alcuno ch'esca dall'occhio, onde si vedrà solamente la sua estremità di uerso l'occhio che è vna retta linea; Et questo diceua perche quella retta linea del piano, che è innanzi all'occhio, coprendo l'altre parti del piano non le lascia vedere. Et la medesima cagione che fa, che il piano che ci è posto innanzi all'occhio per linea retta, ci apparisce vna retta linea, fa ancora che le circunferenze poste nel medesimo piano nel quale è l'occhio, in parte apparisono maggiori, quando à quelle sono applicati piu raggi visuali, & in parte eguali quando gli sono applicati raggi egua-

Perche l'occhio non sia di forma cõcaua.

Le circunferẽtie oue apparischino linee rette.

Superfitie pinnaci apparisce una linea retta.

gi eguali, & in parte minori quando meno raggi gli sono applicati, nello stesso modo, che se questi fossero raggi de gl'angoli, che nell'occhio si fanno.

AVVERTIMENTO DI M. Egnatio Danti.

CHE la presente dichiarazione non sia di EVCLIDE (poi che egli ui viene citato) non se ne deue dubitare. Resta ben dubbio se ella sia di Teone non si trouando in alcuni antichi esemplari Greci della prospettiua, che sono nella libreria de Medici. L'ho ben uoluta por qui tradotta quasi a parola per parola dal libro greco stampato dal Pena à Parigi, per essere molto bella, & degna d'esser ueduta dagli studiosi di questa facultà.

SVPPOSITIONE PRIMA.

Presuppongasi adunq; che i raggi ch'escano dallo occhio, sieno portati per retta linea, & che con qualche interuallo sieno l'uno dall'altro lontani.

M. Egnat.

SI DEE tenere per certo, che sia cosa necessaria a chiunq; desidera la vera intelligenza delle scienze persuadersi indubitatamente, che elle non appartengono in alcun modo a i sensi humani, ma solamente s'aspettino allo intelletto, hauendo i sensi per loro oggetto solo le cose particulari, che sono fuori d'ogni intelligenza, ne possono in modo alcuno cascare sotto disciplina, ma tutto quello, che per mezzo loro si ritroua, lo propongono allo intelletto, che lo discerna, & cosi con la mentale intelligenza conosceranno le sciẽze hauere origine da certi, & inuiolabili principij, prima de' quali non si può insegnare cosa alcuna, dalla quale le scienze siano prodotte. Onde deuono meritamente essere tenute come principalissime essenze delle discipline, essendo la lor certezza cosi nota, & familiare all'intelletto nostro, che con la sola uoce proferiti (dopo l'intelligentia de' termini, senza cognitione alcuna di cose precedenti) ci appariscono manifesti, & chiari. EV-

Le scientie non appartẽgono a i sensi humani.

Le scientie hanno origine da i loro principij.

CLIDE

CLIDE adunq; accortamente ci propone nel principio della sua prospettiva queste dodici suppositioni come primi principij di questa facultà, per se stessi talmente chiari, e manifesti, che da essi dependa tutta la dimostratione, che con geometrici elementi si farà nelle sequenti propositioni; e perciò dice.

Queste cose sono da noi state proposte, accio per il mezzo di esse si dimostrino i sequenti theoremi.

M. Egnat. Tal differenza è forse fra le comuni sentenze, e le suppositioni, che doue quelle subito proferite sono per se stesse chiare (con la sola cognitione de' termini, come quando diciamo che il tutto è maggiore della parte) le suppositioni hanno di bisogno di qualche picciolo auuertimento, o dichiaratione, che da Greci è chiamata παραμυθία, e perciò nella precedente dichiaratione con quei piaceuoli auuertimenti si uà dimostrando che i raggi uscendo dall'occhio uanno alla cosa uista, e sono portati per retta linea lontani, e distanti l'uno dall'altro; onde non sarà così inconueniente, oltre alla dichiaratione de termini porro qualche auuertimento attorno ciascuna suppositione.

Le suppositioni hanno bisogno della Paramitia

Raggio visuale

M. Egnat. E una retta linea luminosa che esce dall'occhio, e uà alla cosa uista, la quale se bene è linea Matematica senza larghezza alcuna, è considerata nondimeno dal prospettiuo, come naturale, e sensibile, ch'habbia qualche larghezza nella quale uiene immaginata la linea Matematica simile alla linea per la quale è portata la luce dal corpo luminoso al corpo opposto, che è linea naturale, e sensibile etiandio in larghezza come dimostra Vitellione nel secondo libro alla terza propositione; il che da ARISTOTILE fu chiaramente espresso nel secondo della Fisica al secondo capitolo, doue distingue la linea Geometrica dalla linea Prospettiua, dicendo che la Geometria considera la linea Fisica naturale, et sensibile, ma non in quanto ella è naturale, e sensibile; et la Prospettiua considera la linea geometrica non in quanto Geometrica, ma come naturale, e sensibile, perche il termine non essendo parte della cosa terminata, gli ultimi raggi che sono termini del Cono uisuale non saranno parte di quello, e consequentemente saranno linee indiuisibili in larghezza, ma perche il prospettiuo nõ considera se non quelle cose, che sensatamente uede, però i raggi, o linee uisuali saranno da lui considerate sensibili, e di qualche larghezza, nelle quali le linee Matematiche uengono immaginate dall'intelletto.

Diffinizione del raggio uisuale.

Linea Geometrica

Linea Prospettiua.

Il termine non è parte della cosa terminata.

letto. & questa linea Fisica, et sensibile, hauendo pur la larghezza nel la quantità Fisica appresso i Matematici sarà stimata superficie, considerando eglino la linea senza larghezza alcuna nella quantità Matematica astratta dal corpo fisico: Hora se bene la prospettiua considera la linea uisuale contratta in quanto uisuale, e non assolutamente in astratto, come fa la geometria, non si deue perciò dire, che questo sia un' aggregato accidentalmente, e per conseguenza non possa essere oggetto scientifico, perche come sanno i Filosofi la uisualità della linea non è differenza accidentale in questa parte; in quanto che con stituisce una ragion formale dell'oggetto scientifico della prospettiua, si come la mobilità non è differenza accidentale dell'Ente, ma è ragione formale dell'oggetto della fisica chiamato da' Filosofi Ente mobile.

Che la Prospettiua sia scienza.

La uisualita della linea non è differẽza accidentale.

Che i raggi che escono dall'occhio.

Euclide per principalissimo fondamento della prospettiua presuppone, che i raggi uisuali escono dall'occhio, et uanno alla cosa ueduta, e nõ dalle cose uedute escono i raggi, et uanno à trouar l'occhio, il che sufficientemente di sopra si è manifestato esser uero dall'autore della precedente dichiaratione, et perche io intendo con migliore occasione trattare diffusamente questa questione, se il uedere si fa dai raggi mãdati dall'occhio alla cosa ueduta, o pur l'occhio riceue quegli, che dalla cosa uista le sono mandati, mi basterà qui hauer tocco solo qual sia l'opinione d'Euclide, alla quale se bene ueggiamo opporsi tutta la squola Peripatetica, noi nondimeno come Matematici supponendo i principij d'Euclide, deuiamo seguire la sua opinione, e di Platone suo maestro, alla quale aderiscono tutti i Matematici antichi, come Alchindo, Eliodoro larisseo, & Teone alessandrino, & Galeno nel settimo libro de' precetti di Hippocrate, & di Platone, & nella seconda parte del trattato de gl'occhi al sesto capo. Non ostante che fra' moderni Vitellione alla propositione quinta del terzo libro, e l'autor della prospettiua comune nel primo libro alla propositione 44. tengano altrimenti. Non lascierò gia di dire che Platone afferma che quei raggi uisuali che escono dall'occhio siano una luce, & uno splendore, che nell'aria giunga fino à un certo spatio determinato, oue si congiunge col lume esteriore, & fassi dell'una, & l'altra una sola luce talmente ingagliardita, & fortificata, che mediante quella si uegga facilmẽte. Ma i Matematici uogliono, che detti raggi che escono dall'occhio uadino fino alla cosa ueduta, ne si fermino nell'aria. A' quali par che aderisca Galeno nel luogo sopradetto, oue presuppone, che i nerui uisuali siano uacui, & bucati à guisa d'una picciola canna (come in uerità

M. Egnat.

Platone.
Matematici antichi.
Galeno.

Vitellione.
Prospettiua commune.
Opinione di Platone.

Opinione di Galeno conforme a i Matematici.

uerità sono) per iquali passono gli spiriti uisuali, che escono dal Cerbro, & giugnendo all'occhio mandono fuori la lor luce nell'aria, con la quale esce insieme non so che di virtù dall'anima, che giugne fino al la cosa uisibile per il cui mezzo si fa la uisione. Et se bene tal uirtù è portata per l'aria alla cosa ueduta, gli spiriti uisuali rimangono nondimeno nell'occhio. Et l'aria illuminata è il mezzo, per il quale detta uirtù giugne alla cosa uisibile. Non altrimenti auuiene che nella uirtù del tatto, la quale consiste ne' nerui, & nondimeno ancor la carne ritiene detta uirtù che da' nerui gli uien mandata per mezzo de gli spiriti animali, che dal Cerebro come per canali passando per i nerui, uanno à ciascuna parte del corpo, & se la uisione non si facesse da' raggi che escono dall'occhio, non saria possibile che potessimo comprendere la distanza della cosa ueduta, ne la quantità, ne la figura, ne il luogo, ne la sustanza di quella, perche essendo l'occhio di si picciola quantità, non è capace di riceuere cose si grandi, che di fuori gli uenissero portate. Questa è in somma il parere di Galeno conforme alla suppositione di Euclide. La quale ò sia uera ò sia falsa; nulla ò poco importa alle operazioni della prospettiua, percioche ò eschino i raggi uisuali dall'occhio alla cosa ueduta, o non eschino, riceuendo egli quei che dalla cosa uista gli sono mandati; tanto l'una come l'altra suppositione serue nell'istesso modo alle dimostrazioni de' Theoremi della prospettiua.

Similitudine del tatto.

L'una & l'altra suppositiõe serue alle dimostrationi d'la prospettiua.

Siano portati per retta linea

M. Egnat.

Che i raggi uisuali sieno portati per retta linea nõ si può dimostrare, ma si bene dichiarare con cose artifitiali.

Diottra, Alli dada linda, o Mira.

Vitellione nella prima propositione del secondo libro, apertamente afferma non si potere dimostrare matematicamente, che i raggi uisuali sieno portati per retta linea, ma si bene con istrumenti fabricati dall'arte, questo potersi pienamente dichiarare. Per il che (oltre alle ragioni poste di sopra de' raggi del sole, & di quei della lucerna, che passando per le fessure, chiaramente si ueggono essere portati per linea retta) si addurrà anchora quanto ci dimostra la sperienza ne' traguardi della Diottra dello Astrolabio, percioche drizzando un Ago nel centro dell'Astrolabio perpendicularmente, di maniera che il raggio del sole che passa per il bugio d'un de traguardi della Diottra, si riscontri, & passi per il bugio dell'altro traguardo, uedrai che il detto raggio del sole se gherà l'Ago, & passerà giustamente sopra la retta linea della Diottra. Il medesimo auuerrà, se ponendo l'occhio al bugio di un de traguardi, mirando il bugio dell'altro traguardo, uedrai che il tuo raggio uisuale passerà per l'Ago,

& con-

et conſequentemente per la retta linea della Diottra, dal che rimarrà chiaro che i raggi uiſuali ſieno portati per retta linea.

E che con qualche interuallo ſiano l'uno dall'altro lontani.

Queſta lontananza de' raggi uiſuali ſi intende eſſere nella coſa ueduta doue i detti raggi giungono, perche nel centro dell'occhio facendo angolo l'un raggio con l'altro ſi toccano nelle loro eſtremità, non eſſendo altro l'angolo che la inclinatione d'una linea con l'altra, nelle punte oue ſi congiungono. Per il che facendo angolo i raggi uiſuali nel centro dell'occhio (come di ſotto ſi dirà) è forza che giungano al la coſa ueduta, l'un dall'altro lontani, non ſi toccando inſieme le linee rette, che comprendono l'angolo, ſe non doue lo conſtituiſcono. Senza che ſe raggi uiſuali percoteſſero ſopra la coſa ueduta uniti, & congiunti inſieme l'uno all'altro ſi uedrebbe lo ſpatio che ſi mira tutto in un tratto, coſa impoſſibile come di ſopra ſi è moſtrato con l'eſempio di quello, che cercando l'Ago non lo troua. M. Egnat. Diffinitione del l'angolo.

SVPPOSITIONE SECONDA.

La figura compreſa da' raggi uiſuali, è vn Cono, la cui punta è nell'occhio, & la baſa è nella eſtremità della coſa ueduta.

IL CONO è una piramide rotonda. Queſta è la diffinitione del Cono che Vitellione ci aſſegna nel libro quarto, & che ſi caua dalla diffinitione. 18. del XI. libro di Euclide, & dalla deſcrittione della ſuperficie conica, & dalla quarta diffinitione del primo libro de' Conici di Appollonio Pergèo. Hauendo adunq; il Cono per baſa un cerchio pare che ſia difficile quel che qui da Euclide ſi ſuppone, auuenga che, quando ſi mira una figura retti linea, andãdo i raggi uiſuali à trouare tutti gl'angoli, & tutti i lati di quella conſtituiranno una piramide di tante faccie quanti ſono i lati della coſa ueduta, onde ſi uerificherà, che i raggi uiſuali faccino un Cono, ſolamente quando ſi mira un cerchio ò qual ſi uoglia coſa ſferica. Et perciò hanno detto alcuni che l'autore ſotto nome di Cono comprende ogni ſorte di piramide, coſa certamente dura a' periti della Geometria, i M. Egnat. Diffinitione del Cono. Dubitatione.

quali sanno molto bene esso nelle diffinizioni dello XI. *libro della Geometria seppe mostrare qual fosse la differenza, che è fra la piramide, e'l Cono. Si che si può indubitatamente credere, che Euclide nella presente suppositione intēdesse quello, che poi Heliodoro La risseo piu apertamente esplicò in un discorso che fece sopra la prospettiua, dicendo che quando apriamo gl'occhi per mirare qualche cosa, noi non uediamo solamente la cosa intenta, ma molto maggiore spatio intorno à quella à guisa d'un cerchio, il quale uuole che sia la basa del Cono la cui punta (come l'autore dice) uiene à essere nel centro dell'occhio. Et si sforza il Larisseo di mostrare che questo Cono è pieno d'una luce e splendore che dall'occhio uscendo ua fino alla cosa ueduta, & di qui dice nascere che molti huomini si sono trouati (tra' quali fu Tiberio Imperatore) che hanno ueduto lume, ne' luoghi tenebrosi e senza aiuto di luce esteriore, come si vede accadere à molti animali, che di notte ueggono lume come di giorno. Ma essendo questo risplendente Cono pieno di raggi uisuali quando fissiamo le luci alla cosa, che nel mezzo della basa di detto Cono attentamente miriamo, si applicano detti raggi allà cosa ueduta, & ce la fanno scorgere distintamente. Et perciò quelle cose che sotto maggiori angoli sono uiste, si ueggono piu distintamente, perche gl'angoli maggiori comprendono maggior parte della luce del Cono, che non fanno gl'angoli minori; Ne di qui segue, che lo spatio della basa del Cono si uegga tutto in un tratto, perche uolgēdo gl'occhi per cercare l'Ago cascato in terra, & discorrendo diligentemente co i raggi uisuali sopra la basa del Cono difficilmente si ritroua, il che è manifesto inditio che non si veda la basa del Cono tutta in un tratto. Et oltre che la sperienza ci mostra, che aprendo gl'occhi sempre uediamo uno spatio circulare attorno la cosa uista, che è la basa del Cono; questo ci uiene anche accompagnato dalla ragione, perche essendo il cerchio piu capace d'ogni altra figura di eguale circonferenza, sarà anche piu capace la basa del Cono, che non sarà quella della piramide à contenere in se qual si voglia figura uisibile. Senza che formandosi la punta del Cono nel centro dell'occhio, et uscendo lo splendore e i raggi uisuali per la pupilla che è rotonda uengono à pigliare forma di Cono, & nel medesimo modo si uanno stendendo fino alla cosa ueduta.*

Heliodoro Larisseo.

Cono è una luce, & splendore che esce dall'occhio.

Tiberio Impe.

Animali che di notte ueggono lume

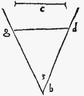
Angolo maggiore coprende maggiore parte della luce del Cono.

SVPPOSITIONE TERZA.

Quelle cose si ueggono, alle quali arriuono i raggi uisuali.

NON

NON PAR possibile, che si dia cosa nessuna in questo mondo, alla quale non possino arriuare i raggi uisuali. Perche non essendo il diametro dell'Orizonte piu che. 2 5 0. miglia (come afferma Proclo Liceo) et stando l'occhio nostro sempre nel centro di esso Orizōte, la maggiore distanza che possa uedere, sarà di miglia. 1 2 5. alla quale senza alcun dubbio giugneranno sempre i raggi uisuali, poiche arriuano fino all'ottaua Sfera à uedere le stelle fisse. Onde nasce adunque, che in terra molte cose (eziandio per non molta distanza lontane) non si ueggono? Si risponde che non basta, perche una cosa si possa uedere, che à quella giunghino i raggi uisuali, ma bisogna, che ui giunghino per linea retta (come si afferma nella prima suppositione) perche se la cosa da uedersi non sarà posta all'incontro dell'occhio nostro à retta linea, non si potrà uedere da' raggi uisuali, che sempre à retta linea sono portati. In oltre bisogna che detti raggi uisuali siano l'un dall'altro lōtani per qualche spatio et interuallo; accio nel centro dell'occhio possino formare un angolo di tale grandezza, che per quello possa discernere le qualità della cosa ueduta. Come nelle due grandezze eguali. C. & G. D. si scorge, supponendo che l'angolo. B. sia il minore angolo, per il quale le dette grandezze si possono distintamente uedere, dal quale angolo giugneranno le linee uisuali alla grandezza. G D. distinte, & lontane l'una dall'altra, le quali linee ò raggi uisuali uolendo poi giugnere alla grandezza. C. piu lontana della. G. D. sarà forza che l'angolo. G B D. si diminuisca talmente, che l'occhio non possa comprendere sotto quel piccolo angolo (che in se contiene poca parte dello splendore, & luce del Cono) la grandezza. C. Et di qui nasce, che le cose picciole come si allontanano punto dall'occhio, non si ueggono, perche à quelle non possono peruenire i raggi uisuali, lontani, & distinti l'uno dall'altro sufficientemente. Onde diremo, che quelle cose si ueggono, alle quali arriuano i raggi uisuali per retta linea, & distinti, & lontani l'uno dall'altro di maniera che nel cētro dell'occhio formino un angolo, per il quale si possa comprendere la grandezza, & qualità della cosa ueduta.



M. Egnat.

Il diametro dell' Orizonte è miglia 225.

Come si intende che i raggi visuali giunghino alla cosa veduta.

SVPPOSITIONE QVARTA.

Quelle cose non si possono uedere, alle quali non arriuano i raggi uisuali.

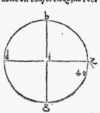
M. Egnat. QVESTA *suppositione resta chiara per la superiore annotazione, perche se dal punto.* B. *(della figura di sopra.) hanno à uscire i raggi uisuali alla grandezza.* C. *formeranno un angolo tanto piccino (che comprendendosi piccola parte della luce e splẽdore del Cono) non potrà l'occhio in esso angolo discernere le qualità della grandezza.* C. *Però diremo, che quelle cose non si possono uedere alle quali nõ arriuano i raggi uisuali per retta linea distanti, & lontani l'uno dall'altro, talmente che possino formare nell'occhio un angolo sufficientemente grande.*

SVPPOSITIONE QVINTA.

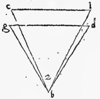
Quelle cose che sotto maggiore angolo si ueggono, ci appariscono maggiori.

M. Egnat. TVTTE *le cose uisibili si veggono sotto qualche angolo, poiche la figura compresa da' raggi uisuali è un Cono, che ha la punta sua nel centro dell'occhio, nella quale essi raggi uisuali formano diuersi angoli secondo la diuersità delle cose uedute. Ma acciò questa con le due suppositioni se questi sieno piu chiaramente intese, è da sapere, che la grandezza degl'angoli, & la ragione, che è fra l'un angolo, & l'altro, si caua dalla grandezza de' pezzi delle circonferenze, de i cerchi, che sono abbracciate da quelle linee, che formano gl'angoli. Perche al lo'ncontro di eguali parti delle circonferẽze de' cerchi sono cõstituiti eguali angoli per la. 26. propositione del terzo libro degl'elemẽti di Euclide. Onde essendo la circonferenza del cerchio.* BDGZ. *tagliata in quattro parti eguali dalli diametri.* BG. & DZ. *ueggiamo che all'incontro delle quattro parti,*

Onde si caui la ragione che è fra vn angolo et l'altro.



ti eguali della circonferenza B D. D G. G Z. Z B. *sono da' diametri constituiti quattro angoli eguali, che sono li quattro angoli retti attorno il centro.* T. *& in somma la ragione che haranno le parti della circonferenza fra di loro, haranno ancora fra loro gl'angoli, che sono formati adirimpetto delle dette parti della circonferenza del cerchio. Hora, che quelle cose che sotto maggiore angolo si ueggono ci apparischino maggiori, si dichiara nella presente figura, oue sono poste due grandezze eguali.* C L. *&.* G D. *uedute sotto diuersi angoli delle quali l'una apparirà maggiore dell'altra cio è la.* G. D. *apparirà maggiore della.* C. L. *perche l'angolo sotto al quale si uede la.* G D. *che è.* G B D. *è maggiore dell'angolo sotto il quale si uede la.* C L. *piu lontana dall'occhio che la.* C B L.



SVPPOSITIONE SESTA.

Quelle cose che sotto minori angoli si ueggono ci appariscono minori.

QVANTO *in questa sesta suppositione dall'autore si afferma, resta chiaro con l'esempio della superiore figura. Perche la grandezza.* C L. *apparisce minore della.* G D. *con tutto che siano eguali essendo che la.* C L. *è piu lontana dall'occhio che non è la.* G D. *& per consequenza è uista sotto l'angolo.* C B L. *che è minore dell'angolo.* G B D. *sotto il quale si uede la grandezza.* G D. M. Egnat.

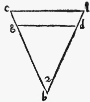
SVPPOSITIONE SETTIMA.

Quelle cose che sotto eguale angolo si ueggono ci appariscono eguali.

PERCHE *quanto l'angolo sarà maggiore, ò minore, tanto piu ò meno, comprenderà dello splendore del Cono formato da' raggi uisuali,* M. Egnat.

onde

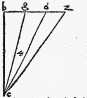
onde quelle cose, che saranno uiste con eguale lume, e splendore, cio è sotto eguale angolo ci appariranno eguali, non ostante che l'una delle grandezze sia maggiore dell'altra come si uede delle grandezze. C L. & G D. che essendo uiste sotto il medesimo angolo. C B L. appariscono eguali, con tutto che la. C L. (che è piu lontana dall'occhio. B. che non è la. G D) sia maggiore della G. D.



SVPPOSITIONE OTTAVA.

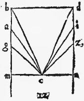
Quelle cose, che da piu alti raggi sono viste, piu alte ci appariscono.

M. Egnat. L'OCCHIO discerne la differenza dell'altezza delle cose, secondo la differenza dell'altezza de' raggi uisuali, come nella presente figura si scorge, oue sieno le tre altezze differenti. G. D. Z. nella linea. B Z. eleuata ad angoli retti sopra il piano. B C. dico, che l'altezza. Z. ci apparirà maggiore che la. D. & la. D. maggiore della. G. essendo che il raggio uisuale. C Z. che esce dall'occhio. C. è piu alto che non è il raggio. C D. & C D. parimente è piu alto che. C G. adunq; quelle cose che da piu alti raggi son uiste, piu alte ci appariscono.



Et di qui auuiene, che stando l'occhio nel mezzo della testa d'una loggia, & mirando l'altra testa, li parrà che la volta si abbassi, & che il pauimento si innalzi, à poco à poco quanto piu si allontana dall'occhio; di modo che le cose alte par che si abbassino, & le basse si innalzino per rispetto de' raggi uisuali, che percuotono nella loggia piu alti, ò piu bassi, come si uede in questa figura, nella quale l'occhio è nel punto. C. & la linea. M B. rappresenta il pauimento, & la. N D. la uolta della loggia, nel la quale giugnendo i raggi uisuali. C Z. C I. C D. che escono dall'occhio. C. dico che quella parte della uolta che è nel punto Z. apparirà piu alta che quella del punto. I. & quella del punto. I. piu alta di quella della. D. essendo il raggio uisuale. C Z. piu alto del. C I. & il.

c l. piu alto del. c d. Onde il punto. d. apparirà piu basso del punto. n. il medesimo si dice del pauimento. m b. che essendo uisto il punto. g. dal raggio. c g. piu basso del raggio. c a. apparirà piu basso, & la. a. uedendo si dal raggio. c a. piu basso del raggio. c b. apparirà piu bassa della. b. Onde il punto. b. apparirà piu alto del punto. a. & l'a. piu alto del. g. & il pū to. g. piu alto del punto. m. la onde quelle cose che sono uiste da' raggi piu alti, piu alte ci appariscono.



SVPPOSITIONE NONA.

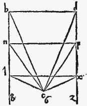
Quelle cose che da' raggi piu bassi sono viste, piu basse ci appariscono.

Nella figura precedente il raggio. c g. essendo piu basso del raggio. c b. nel pauimento della loggia. m b. & mostrandoci la sperienza che il punto. b. ci apparisce essere piu alto, che non è il punto. g. (come di sopra si è detto) resterà chiaro, che quelle cose che si ue dono da' raggi piu bassi ci appariscono piu basse. Il medesimo si scorge nella linea. n d. figurata per la uolta della loggia, nella quale il punto. d. apparisce piu basso, del punto. z. che è uisto con il raggio. c d. piu basso del raggio. c z. Auuertendo che l'altezza, & la bassezza de' raggi si piglia rispetto al pauimento, o all'Orizonte (che uo lian dire). Onde il raggio. c g. essendo piu uicino al pauimento. m b. degl'altri due sarà ancho piu basso di nessuno di loro, come etiandio c d. che è piu uicino al pauimẽto degl'altri due superiori, & il piu basso. Dell'altezza si intende nel medesimo modo auuenga, che essendo il raggio. c z. piu lontano dal pauimento degl'altri due superiori sarà anco piu alto, & il raggio. c b. essendo piu lontano dal pauimento. m b. sarà piu alto degli altri due inferiori. M. Egnat.

SVPPOSITIONE DECIMA.

Quelle cose che sono viste da' raggi, che piu piegono dalla mano destra, ci appariscono piu destri.

Svp-



M. Egnat. *Svppongasi, che la linea.* GB. *sia il lato sinistro d'una lunga strada, & che la.* ZD. *sia il lato destro, & l'occhio stia nel punto.* C. *dal quale si uedino li punti.* B. N. L. *Dico che nel lato sinistro, il punto.* B. *apparirà piu destro, cio è, che pieghi piu uerso la destra.* Z D. *che non sarà il punto.* N. *et la.* N. *piu della.* L. *Ma perche il punto.* B. *è uisto sotto il raggio.* C B. *che è piu destro, cio è che piega, & si accosta piu alla.* Z D. *parte destra, che non fa il raggio.* C N. & . C N. *piu che non fa.* C L. *seguirà che quelle cose, che sono uiste da' raggi piu destri, ci apparischino piu destre.*

SVPPOSITIONE VNDECIMA.

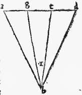
Quelle cose, che sono viste da raggi che piu piegano alla sinistra, ci appariscono piu sinistri.

M. Egnat. Delli *punti.* Z. X. P. D. *posti nella parte destra della superiore figura il* D. *par che declini piu verso la sinistra parte, che non fa il punto* P. & *il* P. *piu dell'* X. & *l'* X. *piu del* Z. *ma essendo che il punto* D. *è visto con il raggio.* C D. *che piu piega verso la sinistra, che non fa il raggio.* C. P. & *il raggio.* C P. *piu del.* C X. *resterà chiaro, che quelle cose, che sono viste da raggi che piu piegono verso la sinistra, ci appariscono piu sinistre.*

SVPPOSITIONE DVODECIMA.

Quelle cose che si vedono sotto piu angoli, si vedono piu distintamente.

M. Egnat. La *verità della presente suppositione, così si manifesta, supponēdo che nella presente figura l'occhio sia nel punto.* B. & *la cosa veduta sia la.* A D. *la quale essendo vista sotto li tre angoli.* A B G, G B C. & C B D. *dico che sarà vista piu distintamente che non si vedria solamente sotto l'angolo.* A B D. *percioche vedendosi sotto vn angolo solo, li raggi visuali.* A B. & B D. *cascheranno solamente sopra li due punti.*

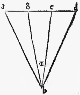


punti. A. *et* D. *Ma vedendosi sotto li tre angoli predetti, li raggi visuali cascheranno nelli punti.* A. G. C. D. *& cosi la grandezza.* A D. *essendo vista sotto piu angoli sarà vista piu distintamente, vedẽdosi le tre parti* A G. G C. *&* C D. *della,* A D. *distinte all'incontro de suoi angoli, il che non faria essendo vista solamente sotto l'angolo.* A B D. *Ma quelli che dicono, quelle cose vederſi piu distintamente, che si vedono sotto piu angoli non attualmente ma in potenza, dicendo, che l'angolo.* A B D. *si puo diuidere in piu angoli che l'angolo.* G B C. *non so come si possino fuggire di non confondere questa suppositione con la quinta precedente. Senza che l'autore haria saputo molto ben dire nella quinta suppositione, che quelle cose, che si vedono sotto maggiore angolo, ci appariscono maggiori, & in oltre si vedono piu distintamente, senza hauere di nuouo superfluamente à rittrattare la medesima quinta suppositione qui nell'ultimo luogo, et poi l'Autore apertamẽte se ne serue a questo senso nel* 2. *Theorema.*

Il Fine delle Suppositioni.

THEOREMA PRIMO.

Nessuna cosa visibile si vede tutta in vn tratto.



SIA LA cosa da ueder si, a d. & l'occhio sia il punto b., dal quale eschino i raggi. b a. b g. b c. b d., Et perche i raggi che escono dal l'occhio sono talmente pottati(p la prima Suppositione) che l'vno, dall'altro per qualche determinato interuallo sono lõtani. Onde non per cuoteranno nella quantità à d. continuatamente, essendo qualche spatio, & interuallo nella quantità a d., nel quale non cascano i raggi uisuali. Per il che lo spatio a d. non si uede tutto in vn tratto, & se bene par che si vegga, questo auuiene per la velocità de' raggi visuali che sopra quello scorrono.

ANNOTAZIONE.

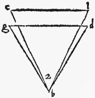
M. Egnat. THEOREMA *appresso i matematici è vna proposta, nella quale si dimostra se le cose gia constituite, & fatte stanno in verità come ci sono proposte, & è tal voce hoggi fatta nostra, tolta interamente dalla Greca* θεώρημα, *& viene nella nostra lingua detta speculatione, perciocbe ci propone à speculare, & disputare le cose, che ella contiene. Et ogni Theorema, come anco ogni Problema, che sia perfettatamente composto delle sue conueneuoli parti contiene le infrascritte cose. Prima la Propositione, nella quale è il Dato (cio è il sopposto) & il quesito, Secondo è la esplicatione del Dato, Terzo quella del quesito. Quarto è la Delineatione, della figura. Quinto la Dimostratione. Sesto, & vltimo ha la conclusione del tutto. Imperciocbe nella propositione ci si propone quel che cerchiamo della cosa proposta. Onde la perfetta propositione ha il'Dato, & il Quesito, se bene alcune ne sono, che mancano, ò dell'vno, ò dell'altro. La esplicatione considera il Dato, separatamente, & viene aprendo la strada al Quesito. Il Quesito ci mostra quel, che cerchiamo dalla cosa proposta. Ma la Delineatione aggiugne quelle cose, che s'appartengono alla cognitione del quesito Et la dimostratione hauendo prese alcune cose gia concesse, ò dimostra-*

te,

te conferma esser vero quel tanto, che nella cosa proposta si dimãda. Finalmente fatta la dimostratione, la conclusione ritorna alla propositione, & che ella sia dimostrata, & confirmata conclude. Ma delle parti sopradette, si ritrouerranno sempre necessariamente in qual si voglia Theorema, o Problema queste tre, cio è la propositione, la dimostratione & la conclusione, ma l'altre tre se bene per il piu vi si trouano alle volte non di meno vi mancano come interuiene nelle propositioni Aritmetici, & in alcune del decimo libro di Euclide.

THOREMA SECONDO.

Delle grandezze eguali, la piu vicina all'occhio piu distintamente si vede.



SIA l'occhio il punto. b. & le cose da vedersi siano. c l. g. d. le quali si presuppongono fra di loro eguali, & paralelle, & sia la grandezza. g. d. piu vicina all'occhio che non c l. vscendo dall'occhio. b. i raggi visuali. b c. b l. b g. b d. non diremo mai, che sia possibile, che i raggi ch'escono dall'occhio. b. & vanno al punto. c. & al punto l. passino per il punto g. & d. per il che se cosi fosse seguirebbeche'l. c. l. lato del triangolo. c. b. l. forse maggiore del lato. g. d. del triangolo g. b. d. ma la. c l. s'è posta eguale alla. g d. adunq;. g d. è uista da piu raggi visuali, che non è vista la. c l. per il che la grandezza. g d. piu distintamente si vede che non fa la. c l. † † Per la. 12. Supp.

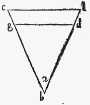
ANNOTATIONE.

QVI si vede che l'autore nell'vltima Suppositione voleua dire, che quelle grandezze si veggono piu distintamente, che son viste da piu raggi visuali, attualmente, come qui accade, che la. G D. *è vista da quattro raggi visuali, & la.* C L. *solamente da due* C B. & L B. *come si è annotato di sopra.* M. Egnat.

ANNOTATIONE.

ET CHE sia necessario che'l lato. c l. sia maggiore del lato.

g d. tutte le uolte che i raggi uisuali. b c. &. b l. passeranno p i pũ ti. g. &. d. si dimostrerà in questa maniera. Sia adunque come nel presente triangolo si uede, che nelle due rette parallelle. c l. &. g d. caschino le due linee rette. b c. &. b l. seguirà che essendo li due angoli. b c l. &. b l c. eguali alli due. b g d. & b d g (per la. 29. del primo) saranno li due triangoli. b c l. &. b g d. equiangoli, adunq; (per la quarta del sesto) la ragione che haurà. b c. alla. c l. harà anco. b g. alla. g d. & scambieuolmente come si harà. b c. à b g. così si harà. c l. alla. g d. (per la. 16. del quinto) ma. b c. è maggiore di. b g. adunq; . c l. sarà maggiore che non è. g d.



ANNOTATIONE.

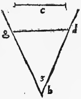
M. Egnat. *Per non hauere in ogni propositione a replicare superfluamente il libro degl'elementi di Euclide, si porrà solo il libro, & la propositione come qui sopra si è fatto però quãdo si dirà (verbigratia) per la 29. propositione del primo, intendesi che voglia dire del primo libro degl'elementi di Euclide. Il simile si dice di ciascuno altro libro, che si allegherà della Geometria di Euclide. Et le* ANNOTATIONI *oue non sarà posto in margine il nome del traduttore, si intenderanno sempre essere di Euclide stesso, ò di Teone ritrouandosi in tutti gl'essemplari Greci che alle mie mani son peruenuti, le quali l'autore ha poste da se separate dal comento delle propositioni per non confondere le dimostrationi de' Teoremi.*

THEOREMA TERZO.

Ciascuna cosa uisibile ha una determinata lunghezza d'interuallo, il quale finito, non si può piu uedere.

Sia l'occhio nel punto. b. & la cosa da uedersi sia. g d. dico, che la. g d. si potrà mettere in tal distanza lontana dall'occhio. b. che da esso non si porrà piu uedere. Sia adunq; la. g d. nell'interuallo ch'è fra' raggi. b g. &. b d. sopra la quale sia la c. seguirà che nessun raggio, che si parta dal. b. punto dell'occhio giunga alla. c. Ma quella cosa oue non giungano i raggi uisuali

visuali nõ si puo vedere (per la quarta suppositione) adũq; ciascuna cosa visibile ha vna determinata distanza, la quale passata non si puo piu vedere. Masśimamente essendo necessario, che fra la cosa visibile, & l'occhio sia qualche internallo, perche altrimenti non si potrebbe vedere.



ANNOTATIONE.

Potrebbe forse alcuno opporre, che non solamente i raggi visuali. b g, & b d. nadino alla grandezza. g d. ma siano molti piu raggi che fra i punti. g. &. d. vanno alla. g d. adunque alla detta grandezza. g d. (essendo rimossa assai piu lontano dall'occhio che ella non è) se bene non giungono i raggi. b g. & b d. vi giugneranno nondimeno i raggi intermedij. Alla quale difficultà in questa maniera risponderemo. Se bene la grandezza. g d. sia tanto rimossa dall'occhio che non vi giunghino i raggi. b g. &. b d. ma i raggi intermedij, solamente si potrà nondimeno discostar tanto dall'occhio, che non vi giugneranno manco i raggi intermedij in modo alcuno

Vn'altra differente dimostratione del medesimo terzo Theorema.

Sia l'occhio nel punto. b. & la cosa da uedersi sia la. g d. la quale sia uista sotto il minore angolo. g b d. che si possa uedere, dico che la grandezza. g d. scostandosi piu dall'occhio non si potrà uedere. Ma dato che si scosti piu dall'occhio, & ua dia nel punto. c. sarà uista senza dubbio con manco raggi uisuali, che prima non si uedeua, ma gia si uedeua sotto i meno raggi, che posśibil sia uedersi, perche l'angolo. g b d. è il minore angolo, adunq; sarebbe posśibile trouare un angolo minore del minore; il che non si concede.

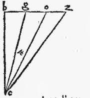
ANNO-

ANNOTATIONE.

L'ANGOLO del contatto è indiuisibile, per la. 16. del terzo libro; adunq; quella grandezza, che si uede sotto questo angolo non si può uedere sotto angolo minore. Di qui ancora procede che il punto nelle prospettiue è posto determinatamente tanto lõtano dall'occhio, che possa capire le minori grandezze, che in essa si hanno à uedere.

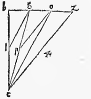
THEOREMA QVARTO.

Se saranno eguali interualli sopra la medesima retta linea, quello che piu da lontano sarà uisto, apparirà minore.



SIANO adunque eguali interualli. b g. g o. d z. & l'occhio sia nel punto. c. dal quale eschino i raggi visuali. c b. c g. c o. c z. & sia la c b. ad angoli retti con la b z. Et pche nel triãgolo rettangolo. c b z. sono eguali. b g. g o. o z. sarà maggiore l'angolo b c g. del l'angolo g c o. & l'angolo g c o del l'angolo o c z. adũq; l'interuallo. b g. apparirà maggiore dell'interuallo. g o. & g o. maggiore di. o z.

ANNOTATIONE.



SIA IL triangolo. c b z. del quale l'angolo. b. sia retto, & siano fra loro eguali gli spazij. b g. g o. o z. & tirisi la. g c. & o c. dico che l'angolo. b c g. è maggiore dell'angolo. g c o. & l'angolo. g c o. è maggiore del angolo. o c z. Dal punto. g. tirisi una linea retta che sia paralella alla. o c. per la. 31. del primo la ragione adunq; che hà. o g. à. g b. haurà anche la. c l. alla. l b. (per la. sda del sesto) ma. o. g. è eguale. a. g b. adunque. c l. sarà eguale. a. l b. & perche

l'an-

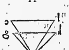
l'angolo. b. è retto, la linea. l g. sarà maggiore della. l b. (per la 19. del primo) ma la. l b. è eguale alla l c. adunque l g sarà maggiore di l c. per il che l'angolo l c g sarà maggiore dell'angolo l g c. (per la 18. del primo) ma all'angolo l g c. è eguale l'angolo. c g o. (per la 29. del primo) essendo angoli alterni adunque l'angolo l c g. è maggiore dell'angolo g c o. Tirisi ancora dal punto o la linea retta, o p. paralella alla. z c. la quale sarà maggiore della. p c. per il che † l'angolo. p c o. sarà maggiore dell'angolo. p o c. & l'angolo p o c. essendo eguale all'angolo o c z (per la 29. del primo) seguirà che l'angolo. p c o. sia maggiore dell'angolo. o c z.

† per la seconda del sesto, & la 19. del primo come di sopra si è dimostrato.

THEOREMA QVINTO.

Le grandezze eguali, che inegualmente sono lontane dall'occhio, appariscono ineguali, & quella grandezza sempre apparisce maggiore, ch'è più uicina all'occhio.

SIA la grandezza. g d. eguale alla c l. e l'occhio sia'l punto. b. dal quale eschino i raggi visuali. b d. b l. b g. b c. & vedendosi la grandezza. g d. sotto maggior angolo che la. c l. apparirà anco maggiore la. g d. che la gia detta. c l. per la quinta suppositione.



ANNOTATIONE.

LA grandezza. g d. sotto maggiore angolo si uede che la. c l. percio che se la grandezza. g d. &. c l. saranno talmente l'una con l'altra congiunte, che'l punto. c. caschi sopra il punto. g. & l'l. sopra il punto. d. seguirà che essendo la. B c. &. B l. maggiori della. b g. &. b d. che'l triangolo. b g d. cascherà dentro al triangolo. B c l. onde i lati. b g. &. b d. conterrãno l'angolo. g. b. d. maggiore dell'angolo. c B l. per la. 21. del primo.

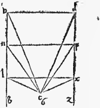


THEOREMA SESTO.

Gli interualli paralelli, che da lontano son uisti, appa *riscono*

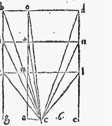
riscono d'ineguale larghezza.

Quello nella suppositione 10. & 11. s'è detto si puote applicare a questo Theorema.



SIA la. b g. paralella alla. d z. & l'occhio sia nel punto. c. dico che le due grãdezze. b g. &. d z. con tutto che fra di loro siano equidistanti, appariscono non dimeno l'una dall'altra inegualmente lontane, & l'interuallo piu vicino appa riſce ſempre maggiore del piu lontano. Eſchino dal punto. c. i raggi uiſuali. c x. c p. c d. &. c b. c n. c l. & congiũghin ſi le linee rette. x l, p n, &. b d. Et per che l'angolo. x c l. è maggiore dell'angolo. p c n. la linea. x l. apparirà maggiore della. p n. (per la quinta ſuppoſitione) & per la medeſima ragione la retta linea. p n. apparirà maggiore del la. b d. Detti interualli adunq; non appariſcono paralelli anzi pare, che ſempre ſi uadino riſtringendo, & fra lor ſieno inegual mente lontani. In queſto modo ſi dimoſtra quanto fin qui s'è detto, tutte le uolte che l'occhio è nel medeſimo piano, che l'in teruallo ueduto, il quale ſe non ſarà nel medeſimo piano ſi pro uerà nel modo che ſegue.

SIA adunq; l'occhio nel punto. c. & ſia piu alto che'l piano, nel quale è l'interuallo, & dal punto. c. fino al detto piano ſi tiri la perpendiculare. c a. & dalla. a. alla. z l. ſi tiri la perpendiculare. a m. la quale ſi ſtenda uerſo la. o. & caſchino i raggi uiſuali. c z. c i. c b. c d. c n. c l. & ſi congiunghino. c m. c x. c o. Et perche dal punto. c. poſto in alto s'è tirata fino al punto. m. la retta linea. c m. ſarà perpendiculare la linea retta. c m. ſopra la. z l. & nel medeſimo modo la. c x. ſarà ſopra la. i n. &. c o. ſopra la. b d. Per il che ſono triangoli rettã goli. c m l. c x n. &. c o d. MA. x n. è eguale alla. m l. onde. m n. ſarà paralellogramo, & l'una, & l'altra cio è. c x. &. c n. ſarà † maggiore di. c m. &. c l. adunque maggiore è l'angolo. m c l. dell'angolo. x c n. † per il che tutta la. z l. apparirà maggiore di tutta la. i n. & per la medeſima ragione,



† Si dimostra nel la annotatione.

† Cio si è proua to nella annotatione del quinto Theorema.

gione, tutta la. i n. apparirà maggiore della. b d. Per il che le due grandezze. b g. &. d e. con tutto che siano equidistanti ap parisconо esser l'una dall'altra inegualmente lontane.

ANNOTATIONE.

LA SECONDA parte della dimostrazione di questo quinto Theorema, per dimostrarsi con linee parte descritte nel piano, et par te in aria, sarà utile per maggiore intelligenza, di fare detta dimostra tione con fili di ferro, ò altre simili cose con le quali si possino fare sta re in aria dette linee, & si possino uedere quegl'angoli precisamen te come stanno, il che non si può così esattamente fare con linee de scritte sopra il piano. Et il medesimo si dice quasi di tutte le propositioni, che seguono dalla. 33. fino all'ultimo del libro. M. Egnat.

ANNOTATIONE.

CHE la. c m. sia perpendicolare alla. z l. si puo dimostrare in questa maniera. Essendo tirata la perpendiculare. c a. dall'oc chio. c. posto in alto, fino al punto. a. nel sottoposto piano, fa angoli retti con tutte le linee del piano, che la toccano, & per che la. m a. si è tirata à piombo sopra la. z l. la. c. a. farà un an golo retto con la. a m. Tirisi in oltre una linea dall'. a. all'. l. è sia. a l. farà con l'. a c. la detta. a. l. un angolo retto Ma essen do il triangolo. c a m. rettangolo, che ha l'angolo. a. retto Se guirà, che'l quadrato della. c m. posta all'incontro dell'angolo retto. a. sia eguale al quadrato della. c a. &. a m. † In oltre per che il triangolo. a. m. l. è rettangolo, che ha l'angolo. m. retto ne segue che'l quadrato. a l. è eguale alli quadrati della. a m. & della. m l. Et il quadrato, che si fa dalla. c l. † è eguale alli qua drati della. c a. a m. &. m l. † Ma i quadrati che si fanno dalla . c a. &. a m. sono eguali al quadrato della. c m. essendo il trian golo. c a m. rettãgolo, che ha l'angolo. a. retto, per il che il qua drato della. c l. sarà eguale al quadrato della. c m. &. m l. onde (per la 48 del primo) l'angolo. c m l. sarà retto, che è quanto si douea prouare.

† per la. 47. del primo.

† per la 47. del primo.

† Perche. c. è op posta all'angolo . c a l. retto, & la. a l. contiene la. a m. et. m l.

VN'ALTRA ANNOTATIONE.

CHE l'angolo. m c l. sia maggiore dell'angolo. x c n. così

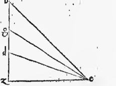
chiaramēte si dimostra; conciosia cosa che'l triangolo c.a.m. sia rettangolo, hauendo l'angolo. a. retto seguirà che l'angolo. c m a. sia acuto † per il che. c m x. sarà ottuso, adunq; il lato. c x. del triangolo. c x m. che è all'incontro dell'angolo. m. ottuso, sarà maggiore del lato. c m. Ma perche i triangoli. c x n. & c m l. sono rettangoli hauendo gl'angoli. x. &. m. retti; il quadrato che si fa dalla. c n. sarà eguale à i quadrati della. c x. &. x n. per la. 47. del primo, & per la medesima ragione il quadrato della. c l. sarà eguale a i quadrati della. c m. &. m l. Ma i quadrati che si fanno dalla. c x. & x n. sono maggiori de' quadrati della. c m, &. m l. perche il lato. x n. è eguale al lato. m l. † essendoli opposto nel paralello gramo. m n. & la linea. c x. è maggiore della. c m. per il che il quadrato che si fa dalla. c n. è maggiore del quadrato della. c l. onde la. c n. sarà maggiore della. c l. ma essendosi mostrata la. c x. maggiore della. c m. & la. x n. eguale alla. m l. Se adunq; applicheremo la. m l. alla. x n. talmente che gli estremi loro conuenghino per l'appunto, cascherà il triangolo rettangolo. c m l. dentro al triangolo rettangolo. c x n. adunq; per la. 21. del primo, l'angolo. m c l. sarà maggiore dell'angolo. x c n. che è quanto doueuamo dimostrare.

† per la 17. del primo auuenga che due angoli di ogni triangolo sono minori di due retti.

† per la 34. del primo libro.

THEOREMA SETTIMO.

Le grandezze eguali, che nel la medesima retta linea son poste lontane l'una dall'altra, appariscono ineguali.



SIENO le grandezze eguali. b g. &. d z. & l'occhio sia il punto. c. dal quale eschino i raggi. c b. c g. c d. c z. & l'angolo. b z c. sia retto, dal che seguirà, che l'angolo. z c d. sarà maggiore, che l'angolo. g c b. onde la grandezza. d z. apparirà maggiore della. b g., per la quinta suppositione adunque la. b g. &. d z. grandezze eguali appariscono ineguali.

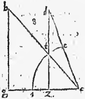
ANNOTATIONE.

M. Egnat. CHE *l'angolo.* B C G. *sia minore dell'angolo.* D C Z. *si dimostra così.*

così. Perche l'angolo. c d g. *è maggiore dell'angolo.* c z d. *(per la 32. del primo essendo l'angolo esteriore del triangolo eguale a i due opposti interiori) & l'angolo.* c g d. *è maggiore dell'angolo.* c d z. *essendoli opposto il lato.* c d. *che è maggiore del lato.* c z. *per la 19. del primo; essendo adunque li due angoli.* c d g. *&.* c g d. *maggiori delli due angoli.* c d z. *&.* c z d. *seguirà che la'ngolo.* d c z. *sia maggiore dell'angolo.* g c d. *per la 32. del primo (essendo li tre angoli del triangolo eguali a due retti) Hora nel medesimo modo si prouerrà, che li due angoli.* c b g. *&.* g b d. *sieno maggiori del li due.* c g b. *&.* c d g. *onde l'angolo.* b c g. *sarà minore dell'angolo.* g c d. *per la 32. del primo, il quale essendosi dimostrato minore dell'angolo.* d c z. *molto piu l'angolo.* b c g. *sarà minore dell'angolo.* d c z. *che è quanto si è proposto di prouare.*

THEOREMA OTTAVO.

Le grandezze eguali, che inegualmente sono lontane dall'occhio, non osseruano la medesima ragione negl'angoli, che nelle distantie.



La grandezza.b g. sia eguale,& paralella alla grandezza.d z. & l'occhio sia nel púto.c. dal quale eschino i raggi.c g. c t b. &.c z. c e d. & il raggio.c g. caschi ad angoli retti sopra la b g. dico, che non apparirà la medesima proportione fra le grádezze. b g. &.d z. che apparisce fra gl'interualli. g c &.z c.& pche l'angolo.d z c. è retto l'angolo.z t c. sarà acuto (per la 17. del primo) adunq; la.t c. sarà maggiore della.z c. (p la 19. del primo) onde se col centro.c.& l'interuallo.c t. si descriuerrà vn cerchio, caschera fuori della.c z. cio è la.c z. sarà minore del mezzo diametro del detto cerchio. Sia descritto adunq; il pezzo di cerchio. c t i. & perche il triangolo. d t c. ha maggiore ragione al pezzo di cerchio. e t c. che non ha il triangolo.z t c. al pezzo di cerchio.i t c.† scambieuolmente (per la 16. del quinto) il triangolo.t d c. harà maggior ragione al triangolo. z t c. che non ha

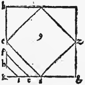
† *per l'ottaua diffinitione del quinto libro.*

D 2 rà il

rà il pezzo di cerchio. e t c. all'altro pezzo. i t c. adunq; per la composta ragione (della. 18 del quinto) il triangolo. z d c. ha maggior ragione, al triangolo. z t c. che non ha il pezzo di cerchio. i e c. al pezzo. i t c. ma come se ha il triangolo. z d c. al triangolo. z t c. cosi se ha la. d z. alla. t z. (per la prima del sesto) & come se ha il pezzo di cerchio. i e c. all'altro pezzo. i r c. cosi se ha l'angolo. d c z. all'angolo. t c z. p il corelario della. 33. del sesto adunq; . d z. à. t z. ha maggior ragione, che non ha l'angolo. e c z. all'angolo. t c z. & come se ha. d z. alla. r z. cosi se ha. g c. alla. z c. adunq; . c g. alla. c z. ha maggiore ragione, che non ha l'angolo. e c z. all'angolo. t c z. Ma sotto l'angolo. e c z. si uede la grādezza. d z. & dall'angolo. b c g. si uede la grandezza . b g. adunq; le grandezze non si uedono nella medesima ragione, che gli interualli, anzi è maggiore la ragione del maggiore interuallo al minore, che nō è quella del maggiore angolo sorto il quale si uede la grādezza piu uicina al minore angolo, sotto il quale si uede la grandezza piu lontana.

THEOREMA NONO.

Le grandezze rettangole, che di lontano sono uiste, appariscono rotonde.



Sia. b g. la grandezza rettangola, che di lontano è uista, & perche ogni cosa uisibile, ha una determinata distanza, la qual passata nō si può piu uedere. † seguirà, che l'angolo. g. non si potrà piu vedere ma si uedranno solamente i punti. d. &. z. Il medesimo auerra a ciascuno degl'altri angoli, onde tutta la figura rettangola apparirà rotonda.

† p il terzo theorema.

ANNOTATIONE.

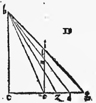
L'Angolo. g. non si uedrà, perche la larghezza delle figure rettangole, è minore appresso gl'angoli, che nō è altroue, onde le parti che sono uicine agl'angoli, spariranno prima dalla

vista

vista che non faranno le parti che sono attorno il mezzo della figura.

THEOREMA DECIMO.

Le parti piu lontane delle superficie piane, che sono inferiori all'occhio, appariscono piu alte.



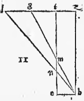
SIA l'occhio il punto. b piu alto del piano. c g. & dall'occhio. b. eschino i raggi. b c. b e. b z. b d. b g. de' quali la. b c. sia perpendiculare sopra la. c g. che è il piano sottoposto all'occhio, dico che la. g d. piano apparisce piu alto della. d z e. perche i raggi. b g. &. b d. sotto i quali si uede. g d. piano sono piu alti, che li raggi. b z. &. b e sotto i quali si uede il piano. e z. Apparisce adunq; piu alto il piano. g d. che'l piano. z e. & per la medesima ragione il. z e. apparirà piu alto del piano. e c. auuenga che, quelle cose, che son uiste con raggi piu alti, appariscono ancho piu alte, per l'ottaua suppositione.

ANNOTATIONE.

CHE i raggi. b g. &. b d. sieno piu alti de' raggi. b z. &. b e. così si manifesta. Tirisi la linea. i e. che sia a piombo sopra la. c g. dico che'l punto. i. è piu alto del punto. l. & il punto. l. piu alto del punto. m. Ma il raggio. b g. passa per il punto. i. & il raggio. b d. per il punto. l. & il raggio. b z. per il punto. m. adunq; il raggio. b g. è piu alto del raggio. b d. & il. b d. del. b z. & il. b z. del. b e. onde i raggi. b g. &. b d. sono piu alti che non sono i raggi. b z. &. b e.

THEOREMA VNDECIMO.

Le parti piu lontane delle superficie piane, che sono superiori all'occhio, appariscono piu basse.



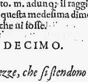
Sia l'occhio il punto.b. piu basso del piano. l. z. & dall'occhio. b. eschino i raggi. b l. b g. b z. Et perche fra tutti i raggi che escono dall'occhio. b. & uanno al piano. l z. il piu basso è il. b. l & il. b g. è piu basso di. b z. & per i raggi. b l. &. b g. si uede il piano. l g. & per i raggi. b g. &. b z. si uede il piano. g z. adunq;. g l. apparirà piu basso, che. g z. per la nona suppositione.

ANNOTATIONE.

Che fra tutti i raggi, che escono dall'occhio. b. & uãno al piano. l z. il piu basso sia il. b l. si dimostra in questa maniera. Sia un piano. b e. paralello al piano. l z. & sia piu corto del. l z. donde tirandosi la linea. e t. che sia a piombo sopra la. e b. si uedrà il pũto. n. essere piu basso del pũto. m. ma il raggio. b l. passa per il punto. n. & il. b g. per il punto. m. adunq; il raggio. b l. sarà piu basso del raggio. b g. & questa medesima dimostratione seruirà ad ogn'altro raggio, che ui fosse.

THEOREMA DVODECIMO.

Le parti destre di quelle grandezze, che si stendono in lungo innanzi all'occhio, appariscono piegarsi uerso la sinistra, & le parti sinistre, uerso la destra.



12

Siano le grandezze uedute. b g. &. d z. distese in lunghezza auanti all'occhio. c. dal quale eschino i raggi. c g. c a. c b. &. c z. c i. c d. apparirà, che'l. d. punto declini piu uerso la sinistra, che non fa l'. i. Nel medesimo modo pare che l'. b. declini piu uerso la destra, che non fa l'. a. † per il che quelle cose, che hanno lunghezza nella parte

† Per la. 10. & 11. suppositione.

anteriore

anteriore, par che le destre declinino verso la sinistra, & le sinistre uerso la destra.

ANNOTATIONE.

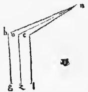
Et che apparischi che la. d. pieghi piu uerso la sinistra, che non fa la. i. & la. i. piu della. z. & che la. b. declini piu alla destra, che non fa la. a. & la. a. piu della. g. in questa maniera si dimostra. Sia la linea retta. c n. posta ad angoli retti con la. d n. & la retta. c m. stia ad angoli retti con la. b m. Di tutti i raggi, che uscendo dall'occhio uanno alla. d n. il piu corto sarà il. c n. raggio perpendiculare. † Per il che piu d'ogn'altro, il punto. n. si uolge alla destra, & il raggio. c n. declina piu alla destra, che non fa il. c z. & il. c i. piu che'l. c d. Hor perche il. c z. è piu uicino al. c n. che non è il raggio. c d. adunq; apparirà, che il raggio. c d. piu declini alla sinistra, che il raggio. c i. & il raggio. c i. piu che'l raggio. c z. Onde apparisce che la. d. si pieghi piu alla sinistra, che non fa l'. i. & l'. i. piu che la. z. Nõ altrimenti mostreremo che anchora la. b. declina piu alla destra, che non fa l'. a. & l'a. piu della. g.

† Per la 19. del primo, perche il lato. c Z. essendo all'incontro dell'angolo retto sarà maggiore di. c n. & il simile si dira degl'altri. c i. & . c d.

THEOREMA TERZODECIMO.

Delle grandezze eguali, che sono inferiori all'occhio, quelle, che da esso sono piu lontane, appariscono piu alte.

Siano le grandezze eguali. b g. d z. c l. poste piu basse dell'occhio, il quale sia nel pũto. n. & da esso eschino i raggi. n b. n d. n c. de' quali il piu alto è il raggio. n b. onde il punto. b. apparirà piu alto, che'l punto. d. † & il. d. piu del punto. c. Adunq;. b g. apparisce piu alta, che non fa. d z. &. d z. piu di. c l. Si che delle grandezze eguali, che sono inferiori all'occhio, quelle, che da esso sono piu lontane, appariscono piu alte.



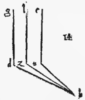
† Per la 8. suppositione.

THEOREMA QVARTODECIMO.

Delle grandezze eguali, che sono più alte dell'occhio,

quelle,

quelle, che sono piu lontane, appariscono piu basse.

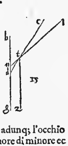


SIENO le grandezze eguali. c n. l z. g d. poste piu alte, che non è l'occhio. b. dal quale eschino i raggi. b n. b z. b d. Piu basso di ciascun altro sa rà il raggio. b d. per il che, & il punto. d. sarà piu basso degli altri. † On de. g d. apparirà piu bassa di. l z. & per la medesima ragione. l z. apparirà piu bassa di. c n.

† Per la 9. suppositione.

THEOREMA QVINTODECIMO.

Quelle grandezze inferiori all'occhio, delle quali l'una eccede l'altra, quando l'occhio à quelle si accosterà, l'eccesso, con che la maggiore eccede la minore, apparirà maggiore; & discostandosi apparirà minore.

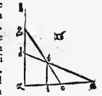


SIA la. b g. maggiore di. t z. & pongasi l'occhio nel punto. c. piu alto della. b g. & .t z. & per il puuto. t. passi il raggio. c d. apparirà, che la. b g. ecceda la. t z. di tutta la grandezza. d b. peroche apparisce eguale la .d g. alla. t z. poiche dal medesimo occhio. c. & col medesimo raggio uisuale. c d. sono uiste. Mutisi hora l'occhio. c. & uadia al punto. l. & per il punto. t. passi il raggio. l. n. apparirà di nuouo maggiore la. b g. che la. t z. di tãto, quãto è la grãdezza. n b. Discostãdosi adunq; l'occhio pare, che la maggiore grandezza ecceda la minore di minore eccesso, che non fa accostandouisi.

THEOREMA SESTODECIMO.

Quelle grandezze superiori all'occhio, delle quali l'una eccede l'altra, quando l'occhio à quelle si accosta, l'eccesso

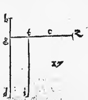
cesso, con che la maggiore eccede la minore, apparisce minore, & discostandosi, maggiore.



Sia la grandezza. b z. maggiore della. t i. & dall'occhio. c. (posto in luogo inferiore) eschi il raggio. c g. & passi per il punto. t. apparirà, che la grandezza. b z. ecceda la. t i. di tanta quantità quanta è la. b g. Mutisi hora l'occhio. c. & uadia al punto. n. & eschi il raggio. n d. passando per il punto. r. apparirà di nuouo, che la grandezza. b z. ecceda la. t i. di tutta la. b d. Onde accostandosi l'occhio apparirà, che la maggior grandezza ecceda la minore di minore eccesso, che non fa discostandosi.

THEOREMA DECIMOSETTIMO.

In quelle grandezze, delle quali l'una eccede l'altra, cadendo il raggio dell'occhio ad angoli retti sopra la sommità della minore, apparirà sempre, che la maggiore ecceda la minore di eguale eccesso tanto nell'accostarsi, come nel discostarsi dell'occhio.



Ecceda adunq;. b d. la. t i. quanto è la grandezza. b g. & congiugnendo. g t. stendisi fino alla. z. nel qual punto sia l'occhio Adunq; il raggio, che dalla. z. esce, caminerà per la linea retta. z g. Mutisi hor l'occhio, & uadia al punto. c. seguirà per la medesima ragione, che il raggio uadia sopra la linea retta. c g. Per il che, ò accostisi l'occhio, ò si discosti, sempre la. b d. maggior grandezza eccederà la minore. t i. del medesimo eccesso. b g.

ANNOTATIONE.

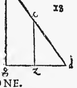
M. Egnat. *Con tutto, che la maggiore grandezza.* B D. *ecceda sempre la minore.* T I. *di eguale eccesso, tanto accostandosi l'occhio à quelle, come anco discostandosi, nõdimeno apparirà sempre detto eccesso di inegual grandezza, secondo che l'occhio piu, ò meno se gli accosterà: Percioche stando l'occhio nel punto.* T. *uedrà l'eccesso.* G B. *sotto maggiore angolo, che non farà stando nel punto.* C. *auuenga, che lo imaginato angolo.* G T B. *sia maggiore dell'angolo.* G C B. *per la 21. del primo, ma quelle cose, che si ueggono sotto maggiore angolo, maggiori ci appariscono, per la quinta suppositione, adunq; la.* G B. *apparirà maggiore uista dal punto.* T. *che non farà dal punto.* C *benche sia sempre eguale in se stessa, & la medesima.*

THEOREMA DECIMOTTAVO.

Si puo conoscere quanta sia, la proposta altezza.

Sia l'altezza. b g. della quale ci bisogni conoscere la quantità; & caschi per il punto. b. il raggio del sole. b d. l'ombra, che farà la proposta altezza; sarà. g d. Onde pigliando una grandezza certa come. c z. l'acconcerai talmente, che stia paralella alla. b g. & seguirà, che la ragione, che ha. d g. à. g b. haurà. d z. à. z c. † Ma la ragione, che ha. d z. alla. z c. è già cognita, sarà cognita ancora la ragione, che la. d g. ha alla. g b. & perche l'ombra. d g. è cognita, ci farà uenire in cognitione ancho della. g b.

† per la 4. del sesto.



ANNOTATIONE.

M. Egnat. *Nella 28. propositione del primo si dimostra, che cascando vna retta linea sopra due paralelle, come fa la linea.* B D. *sopra la.* B G. & C Z. *paralelle, uiene à fare l'angolo esteriore, eguale allo interiore opposto, come l'angolo.* D C Z. *esteriore è eguale allo.* C B G. *interiore. Il medesimo si dirà, che facci la linea.* G D. & *che l'angolo.* D Z C. *esteriore, sia eguale all'angolo.* B G Z. *interiore, ma l'angolo.* Z D C.

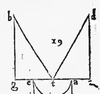
lo. z d c. è commune tanto al triangolo maggiore. b g d. come anco al triangolo. c z d. minore. Adunq; li due triangoli detti saranno di angoli eguali. Et perche nella 4. del sesto si dimostra, che i triangoli di eguali angoli, hanno i lati, che sono attorno gl'angoli eguali, proportionali, seguirà essere, uero quel, che dall'autore ci è proposto; che tal ragione habbino li due lati. d g. &. g b. fra di loro, quale hanno gl'altri due del triangolo minore. d z. &. z c. essendo detti lati in ciascuno de' triangoli descritti intorno all'angolo retto. g. & z. &c. Ho addotte queste due propositioni, dall'autore tralasciate, come spesso fa anco dell'altre simili à queste chiare, & manifeste, massime in quei tempi, che egli scrisse; per manifestare la bellezza di questa dimostratione ueramente Geometrica, dalla quale dipendono quasi tutte le misure, che si fanno per retta linea, tanto in altezza, come in lunghezza, ò in profondità. Uscendo la notitia delle misure dalla proportione de' lati del triangolo grande descritto nella cosa, che si misura, con i lati del piccolo triangolo, che uien descritto dalla linea, oue si mira, & da lati della scala † Altimetra ò della squadra zoppa, ò qual si uoglia altro strumento, con cui si misura.

† Scala Altimetra cioè Quadrato da misurare.

THEOREMA DECIMONONO.

Si può conoscere quanta sia la proposta altezza altrimente, che con il raggio del Sole.

Sia. b g. l'altezza, la cui quantità si desideri sapere. Et si ponghi nello spazzo lo specchio. c a. & l'occhio sia il punto. d. dal quale esca il raggio. d t. & si rifletta dal punto. t. uerso il. b. che è la estrema parte della altezza, per la linea. t b. poi misurisi la perpendiculare. d z. che esce dall'occhio. d. & perche gli angoli. b t g. &. d t z. sono eguali (come si dimostra nel primo Theorema degli specchi) & l'angolo. g. è eguale all'angolo. z. essendo l'uno, & l'altro retto, il rimanente angolo. b. sarà eguale all'altro angolo. d. (per la. 32. del primo) Adunq; il triangolo. b g t. sarà simile (per la. 4. del sesto) al triangolo. d z t, la onde come si ha. t g. à. g b. così si haurà. t



 z. à z d.

z. à z d. Ma si presuppone essere cognita la ragione di. t z. à, z d. per il che sarà cognita anco, quella di. t g. à. g b. Et di gia essendoci nota la quantità. t g. ci sarà nota anco la quantità del l'altezza. g b.

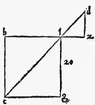
ANNOTATIONE.

M. Egnat. *La dimostratione di questo, & delli due seguenti Theoremi dipende dalla proportione, & ragione de' lati de due triangoli, come nella precedente annotatione si è dimostrato. Si deue bene auuertire, che q̃sto Theorema è piu tosto appartenẽte al trattato degli specchi, che à questo della Prospettiua, dipendendo la sua dimostratione dal primo Theorema degli specchi. Onde hanno pensato alcuni, che si douesse (quanto all'ordine) por prima il trattato degli specchi, che questo della Prospettiua; Ma quegli, che piu diligentemente hanno cio considerato, giudicorno la Prospettiua, douer precedere à gli specchi, come precede il Genere, alla specie sua. Et se bene questo Theorema è appartenente al trattato degli specchi, si troua nondimeno negli esemplari antichi posto in questo luogo per trattare della medesima cosa, che tratta il precedente, & li due seguenti Theoremi suoi.*

La' prospettiua precede alla specularia come il genere alla specie.

THEOREMA VENTESIMO.

Si può conoscere quanta sia qual si uoglia profondita.

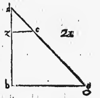


Sia. b c. la profondità da conoscersi, & l'occhio sia posto nel punto .d. dal quale esca il raggio. d l c. & vadia fino alla profondità; Et dal pũto. d. si tiri la. d z. paralella alla. b c. Et perche le due linee rette paralelle sono tagliate dalla linea retta. d c. gl'angoli. b c l. &. l d z. saranno fra di loro eguali per la 29. del primo, & gli angoli. b l c. &. d l z. alterni sono eguali (per la 15. del primo) saranno anco eguali fra di loro il rimanente angolo. b. & il rimanente angolo. z. (per la 32. del primo). Sono adunq; li due triangoli. b l c. &. d l z. di angoli eguali; la onde (per la 4. del sesto) si haurà la. z l. alla. z d. come la. b l. alla. b c. Ma è gia cognita la ragione della. z l. alla. z d.

la. z d. sarà cognita ancora quella, della. b l. alla. b c. & essendo nota la. d l. ci darà cognitione della. b c. profondità.

THEOREMA VENTESIMOPRIMO.

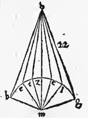
Si può conoscere la quantità, della proposta lunghezza.



Sia. b g. la lunghezza, della qua le cerchiamo sapere la quantità, & pōgasi l'occhio nel punto. d. dal qua le eschino i raggi. d b. &. d g. & dal punto. z. si. tiri la. z c. paralella alla. b g. la onde la ragione, che ha. z c. alla. c d. ha parimente la. b g. alla. g d. (per la 29. del primo, & per la 2. & 4. del sesto) Ma la ragione della. z c. alla. c d. supponghiamo che sia no ta, adunq; ci sarà nota anco quella della. b g. alla. g d. Et la. g d. essendoci nota ci farà uenire in cognitione anco della quanti tà della lunghezza. b g.

THEOREMA VENTESIMOSECONDO.

Se nel medesimo piano, nel quale è l'occhio, sarà posta una circonferenza del cerchio, apparirà una linea retta.



Sia la circunferenza. b z g. & l'occhio sia la. d. posto nel mede simo piano, che è posta la circonfe renza. b z g. & dall'occhio. d. e- schino i raggi. d b. d z. d g. & per- che, nessuna cosa uisibile si puo tutta in un tratto uedere (per il pri mo Theorema) seguirà, che la cir conferēza. b z. non si scorgerà ma solamente li suoi estremi punti. b. &. z. Onde la circonferenza. b z. apparirà una retta linea, & nello stesso modo apparirà ancora la circonferenza. z g. per il che

tutta

tutta la circonferenza, b g. si uedrà simile à una linea retta.

Un altra dimostratione tratta dal PAPPO *Alessandrino.*

DAL punto. d. nel quale è l'occhio posto nel medesimo piano, che è la circonferenza. b z g. eschino i raggi uisuali. d b. d e. d t. d c. d l. d g. & il raggio. d z. si estenda tanto, che giũga fino al centro. m. dal quale si congiunghino tutte le linee rette. m b. m f. m t. m c. m l. m g. & seguirà, che l'angolo. m d g. sia maggiore dell'angolo. m d l. & l'angolo. m d l. sarà maggiore dell'angolo. m d c. Onde la. m c. † apparirà piu lunga della. m l. & la. m l. piu lunga della. m c. & la. m c. piu lunga della. m z. tal che apparirà, che il punto. z. sia piu appresso al centro. m. che non è il punto. c. & il punto. c. piu appresso del punto. l. & la. l. piu appresso del. g. Adunq; la circonferēza. z c l g. pare alla uista una linea retta. Dimostrerrasse parimente, che la circonferenza. z t e b. paia una linea retta. Per il che tutta la circonferenza. b g. apparirà simile à una linea retta.

† per la quinta supp. essendo vista sotto maggiore angolo.

ANNOTATIONE.

M. Egnat. CHE *quelle circonferenze, che sono nel medesimo piano, che è il centro dell'occhio, apparischino liene rette, ci uiene pienamente di mostrato nella presente propositione, ne so uedere con qual fondamento Vitellione le contradica nella propositione* 50. *del quarto libro. Oue afferma, che dette circonferenze non appariscono linee rette, ma che si auuicinino quasi alle linee rette. Fondatosi sopra la ottaua propositione del terzo libro di Euclide, nella quale si dimostra, che la linea.* D Z. *è la piu corta di tutte l'altre linee, che dal punto.* D. *uadino alla circonferenza.* B G. *la onde essendo piu lunga la.* D G. *della.* D L. *& la.* D L. *piu che non è.* D C. *&.* D C. *piu di.* D Z. *dice, che il punto.* Z. *essendo uisto dal raggio.* D Z. *piu corto di tutti gl'altri apparirà piu uicino alla.* D. *che il punto.* G. *uisto dal raggio.* D G. *piu lungo, come se quelle cose, che da' raggi piu corti sono uiste, ci apparischino piu uicine, & quelle piu lontane, che con piu lunghi raggi si ueggono, Hauendo pure detto esso Vitellione nella prop. quarta del quarto.* L. *che l'occhio non può uedere quelle linee, che stanno à piombo sopra la superficie di esso come fanno i raggi uisuali,*

che

che uscendo dal centro della sfera dell'occhio, stanno à piombo sopra la superficie di quello: onde l'occhio non potendo uedere la lunghezza de' raggi suoi, resterà uero, che delle cose eguali quelle appariranno piu uicine, che sotto maggiore angolo sono uedute come anco afferma Vitellione nella conuersa propo. del quarto. L. & non quelle, che con piu corti raggi si uedono.

THEOREMA VENTESIMOTERZO.

In qualunq; modo la palla sia uista, con un solo occhio, sempre ne sarà uista meno della metà; & quella parte della palla, che si uede, apparisce essere conteniuta dal cerchio.



SIA la palla, che habbia il centro. c. & l'occhio sia nel punto. b. & si congiunga la linea retta. b c. & nella estremità di essa nel punto .c. si tiri à angoli retti la. g c d. & per la linea. b c. &. g c d. diametro della palla si tiri un piano il quale faccia nella palla un cerchio. & sia. g z n l d. & si descriua il cerchio. z b l. d'intorno alla. b d. diametro & congiunghinsi le linee rette. c z. &. c l. b z. b l. &. l z. Et perche gli angoli. c z b. &. c l b. sono angoli del mezzo cerchio, sono retti (per la 31. del terzo libro) onde la. b z. &. b l. linee rette toccheranno la. c z. &. c l. che escono dalla. c. centro della palla, in un sol punto di detta palla. † Onde i raggi, che escono dall'occhio. b. cascheranno sopra le rette linee. b z. &. b l. Et perche tutti gl'angoli che sono intorno il punto. t. sono retti, conciosia cosa che la. z t l. è paralella alla. g c d. & la. z t. è eguale alla. t l. Se adunq; stando fissa la. t b. sarà girato il triangolo. t b z. fino a tanto che ritorni nel punto, oue cominciò à muouersi; seguirà, che la. b z. girando toccherà la superficie della palla cō un sol punto; cio è con il punto. z. & descriuerrà un cerchio per i punti. z. l. On de quella parte della palla, che si uede, sarà compresa dal cerchio,

† per la 18. del terzo.

chio, la quale è minore della mezzá palla, conciosia che la parte. z n l. è minore del mezzo cerchio.

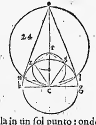
ANNOTATIONE.

†Tagliamento.

Hor che la commune setione † della palla, & del piano, che la segha, sia il cerchio, si è soppost o come cosa certa nel libro delle apparētie, il che in qllo degli sferali si è dimostrato.

THEOREMA VENTESIMOQVARTO.

Quanto piu l'occhio si appressa alla palla, manco ne ue de, & piu li par uederne.



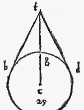
Sia la palla, che habbia il centro nel punto. c. & dall'occhio. o. al centro. c. congiūgasi la linea retta. o c. & tirisi per il punto. c. la. b c. la quale caschi ad angoli retti sopra la. o c. & si descriua intorno al la. o c. diametro il cerchio. o n l. & si tirino le linee rette. o n. n c. o l. l c. Li angoli adunq;. o n c. &. o l c. sarāno retti; essendo angoli del mezzo cerchio † per il che le linee rette. o n. &. d l toccheranno la palla in un sol punto; onde i raggi uisuali, che escono dall'occhio. o. cascheranno sopra la palla nella linea. o l. &. d n. Mutisi hora l'occhio dal punto. o. & uada al punto. r. & si descriua un cerchio attorno la linea. r c. & congiunganisi le linee. r z. z c. r s. s c. Per il che le linee. r z. &. r s. toccherarino in un punto la palla. g l. s z n b. Et ancora i raggi, che escono dall'occhio. r. cascheranno sopra la palla secondo le linee rette. r z. &. r s. Adunq; dall'occhio. r. si uede la. z s. & dall'occhio. o. la. n z s c. La onde la. n z r s. parte della palla, che si uede dal punto. o. è maggiore della. z s. con tutto che apparisca minore, conciosia che, l'angolo. r. è maggiore dell'angolo. o. ma quelle cose, che sotto maggiore angolo si uedono, appariscono maggiori, (per la quinta suppositione) adunq; apparirà maggiore la parte della palla. z s. che la parte. n z. s l. con tutto che sia minore.

†per la 31. pro positione del terzo.

THEO-

THEOREMA VENTESIMOQVINTO.

La palla, che di lontano è uista, apparisce all'occhio un cerchio.



SIA il punto. c. cëtro della palla, nella quale sia il maggiore cerchio. b g d. oue giunghino i raggi, che escono dall'occhio. t. & sieno .t b. t g. t d. seguirà, che la. b g d. circonferenza apparirà una retta linea. † Et similmente tutti gl'altri cerchi, descritti nella superficie del la palla, appariranno all'occhio linee rette, la onde tutta la palla, che lontana dall'occhio è posta, apparirà simile ad un cerchio. † per il Theorema. 22.

ANNOTATIONE.

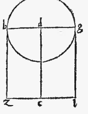
NEL *medesimo modo, che si è dimostrato, che la superficie conuessa di una palla uista di lontano, apparisce una superficie piana, si può dimostrare anco della superficie deuessa, ò concaua di essa palla; perche come i cerchi, che uengono descritti nella superficie conuessa della palla, ci appariscono linee rette p il 22. Theorema, così anco i cerchi, che uenissero descritti nella superficie deuessa apparirieno linee rette, per il che l'una, & l'altra superficie della palla; cio è la Conuessa, & la deuessa appariranno all'occhio una superficie piana a guisa di cerchio. Il che chiaramente si uede essere uero nel Sole, nella Luna, & nelle Stelle, che essendo di forma sferica, & rotonda, ci apparisc ono superficie piani.* M. Egnat.

THEOREMA VENTESIMOSESTO.

Se la palla, che da tutti due gl'occhi è uista, haurà il diametro suo eguale alla distanza, che è fra'l centro del l'uno, & dell'altro occhio, sarà uista mezza.

F SIA

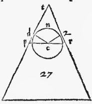
Sia una palla, che habbia il diametro. b g. & dai punti. b. g. tirinsi le linee. b z. &. g l. le quali faccino angoli retti con la. b g. & dal punto. z. si tiri la. z l. paralella alla. b g. & gli occhi stieno uno nel punto. z. & l'altro nel punto. l. & dal centro. d. si tiri la. d c. paralella alla. b z. Se adunq; si girerà all'intorno il parallelo gramo. b c. (stando fermo il suo lato. d c.) tanto che ritorni al punto; onde egli si partì; la figura, che nel girare descriuerà il lato. b d. sarà uno de' cerchi maggiori, che passano per il centro della palla. Per il che da gl'occhi. z l. sarà uista solamente la metà della palla.



THEOREMA VENTESIMOSETTIMO.

Se l'interuallo, che è fra l centro dell'uno, & dell'altro occhio, sarà maggiore del diametro della palla, se ne vedrà piu della metà.

Sia una palla, che habbia il centro. c. & l'interuallo, che è fra l'uno, & l'altro occhio, sia la. b g. maggiore del diametro della palla, p c r. Et per la. b g. & per il. c. centro della palla si distenda un piano, che faccia nella palla un cerchio. p d n z r. & da gli occhi. b. &. g. eschino i raggi. b d. &. g z. che tocchino la palla nel pũto. d. &. z. dico che' detti raggi essendo distesi rettamente, si uniranno, & congiugneranno insieme nel punto. t. essendo che la. b g. è maggiore della. p r. † Hora perche dal punto. t. cascono sopra la palla. p d n z r. le linee. t z. t d. che toccono la palla nelli pũti. d. z. seguirà, che la. d n z. sia minore del mezzo cerchio, perche gl'angoli. t d c. &. t z c. sono retti. † Onde il restãte della palla, che da' raggi. b d. &. g z. è uista, è maggiore della metà di essa palla.



† non essendo paralelle le linee. b t. & g.

† per la 18. del terzo.

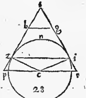
ANNO-

ANNOTATIONE.

CHE *il pezzo d'arco.* D N Z. *sia minore del mezzo cerchio, si dimostra: perche essendo gli angoli.* T D C. *&.* T Z C. *retti (per la 18. del terzo) l'angolo.* D C Z. *sarà tanto minore di due retti, quanto è grã de l'angolo.* T. *perche per la 32. del primo, ogni triangolo ha tre angoli eguali à due retti, & il quadrilatero.* T D C Z. *si puo diuidere in due triãgoli, onde haurà quattro angoli eguali à quattro angoli retti, Ma il mezzo cerchio è posto all'incontro di due angoli retti, contenendosi attorno il centro del cerchio 4. angoli retti, adunq; l'arco.* D N C. *posto all'incontro dell'angolo.* D C Z. *minore di due angoli retti, sarà minore del mezzo cerchio.* M. Egnat.

THEOREMA VENTESIMOOTTAVO.

Se l'interuallo, che è frà'l centro dell'uno, & dell'altro occhio, sarà minore del diametro della palla; se ne uedrà meno della metà.



SIA la palla, che habbia il centro. c. & l'interuallo, che è fra l'uno, & l'altro occhio, sia la. b g. che sia minore, che non è il diametro della palla. p c r. & per la. b g. &. c. si distenda un piano, che nella palla faccia il cerchio. z n i. & dagl'occhi. b. g. eschino i raggi. b z. & g i. che tocchino la palla nel punto. z. &. i. & si cõgiugneranno insieme nel punto. t. conciosia che il. b g. interuallo degli occhi, non è eguale alla. p r. diametro della palla. Adunque i raggi, che usciranno dal punto. t. & cascheranno sopra la palla, ne comprenderanno manco della metà, † pche la. z n i. è meno di mezza la palla, onde quella parte della palla, che è uista da gli occhi. b. &. g. è manco che mezza. † *per la precedente annotatione.*

THEOREMA VENTESIMONONO.

In qualunque modo una colonna sia uista con un so-

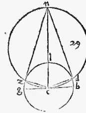
 lo oc-

lo occhio, ne sarà uista manco della metà.

SIA il. c. centro del cerchio, che è basa della colonna, & dall'occhio. n. si tiri la. n c. retta linea fino al punto. c. dal quale si tiri la linea. g c b. che caschi à piombo sopra la. c n. & intorno la. c n. si descriua un cerchio. z n d. & si congiunghino le linee rette. n z. z c. n d. d c. Et perche gli angoli n z c. &. n d c. sono retti.† n z. &. n d. toccheranno la colonna in un solo punto, Et i raggi, che escono dall'occhio. n. caderanno nella colonna sopra le linee. n z. &. n d. Onde si uedrà solamente la. z l d. la quale è minore del mezzo cerchio †. g l b. per il che la. z l d. apparirà minore del mezzo cerchio, cio è sempre si uedrà meno della metà della colonna; Et quanto si è dimostrato della basa della colonna, si può ancora dimostrare, di qual si uoglia parte della superficie di essa. Si che sempre si uedrà meno della mezza parte della colonna.

† per la 32. del terzo.

† per l'annotatione della. 27.



ANNOTATIONE.

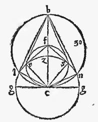
M. Egnat. L'AVTORE *per la Basa della colonna intende il cerchio del fuso della colonna, che ua posato sopra di essa basa, & quanto dimostra della superficie delle colonne, si deue intendere di quelle, che non sono istriate, ò scanalate; perche entrando i raggi uisuali nelle istriature della colonna ne potrieno uedere facilmente la metà.*

THEOREMA TRENTESIMO.

La parte della colonna, che si uede accostandosi à quella, è minore della parte, che si uede nel discostarsi, & apparisce maggiore.

SIA. c. il centro del cerchio basa della colonna. Et dall'occhio. b. si tiri la. b c. fino al centro. c. & per il punto. c. si tiri la. g c d.

la. g c d. che faccia angoli retti con la. b c, & si descriua un cerchio intorno alla. c b. & poi si congiunghino le linee rette. b n .n c. b l. l c. Onde per la propositione precedente la circonferenza. l z n. sarà minore del mezzo cerchio. Et come si uede meno di mezza la basa: cosi anco si uedrà meno di mezza la colõna. Accostisi hora l'occhio piu presso nel punto. f. & si descriua un cerchio. f r c s. intorno alla. f c. tirando le linee rette. f r. r c. f s. s c. Onde i raggi, che escono dall'occhio. f. passeran no sopra le linee. b l. b n. & la circonferenza. l z n. sarà maggiore, della circonferenza. r z s. & nondi



meno alla uista apparisce essere maggiore la circonferenza. r z s. che la. l z n. essendo l'angolo. r f s. maggiore dell'angolo. l b n. † Onde si uedrà la minor parte della colonna, & apparirà la maggiore parte. *† per la 21. del primo.*

ANNOTATIONE.

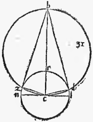
L a *medesima ragione è della colonna, che era della palla, di sopra nella propositione. 24. Et il medesimo auuerrà d'ogni altro cor po rotondo, come nelle due seguenti propositioni si uede del Cono.* M. Egnat.

THEOREMA TRENTESIMOPRIMO.

Vedendosi con un solo occhio il Cono di basa circulare, se ne uede meno della metà.

S i a la. c. centro del cerchio basa del Cono, & dall'occhio .b. fino al detto centro si tiri la. b c. & per il punto. c. si tiri la. n c l. che stia ad angoli retti con la. b c. attorno la quale si descri ua il cerchio. z b d. congiugnendo le linee rette. b z. z c. b d .d c. onde gl'angoli. b z c. &. b d c. essendo angoli del mezzo cerchio saranno retti; † per il che le due linee. b z. &. b d. toc cheranno il cerchio ne' punti. d. z. & i raggi, che escono dall'oc chio. b. & uanno alla circonferenza del cerchio, cadcranno sopra le linee, b z. &. b d. onde la parte del cerchio. z r d. che si uedrà; *† per la 31. del terzo.*

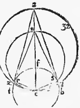
ſi uedrà; ſarà minore della. n r l· che è la metà del cerchio; adunq; la. z r d. ſarà meno del mezzo cerchio; Tal che del Cono ſe ne uede manco della metà. Et quanto quì s'è dimoſtrato, ſi dimoſtrerrà ancora d'ogn'altro cerchio, che nella ſuperficie del Cono ſarà deſcritto.



THEOREMA TRENTESIMO SECONDO.

Quanto piu l'occhio nel medeſimo piano s'accoſta al Cono, tanto meno ne uede, & tanto più gliene par uedere.

SIA la. c. centro del cerchio della baſa del Cono, & l'occhio ſia nel punto. a. dal quale ſino alla. c. ſi tiri la retta linea. a c. & ſi cōgiunghi la. a z. z c. a d. d c. Et poi ſi muti l'occhio dal punto. a. al punto. n. & ſi deſcriua un cerchio d'intorno alla linea. c n. congiugnendoſi la linea retta. n r. & la. r c. la. n s. & la. s c. Onde i raggi, che eſcono dall'occhio. a. caſcheranno ſopra le linee. a z. & . a d. & dal punto. a. ſi uedra la. z f d. Hora per la medeſima ragione, i raggi, che eſcono dall'occhio. n. caderanno nella circonferenza del cerchio ſopra le linee. n r. &. n s. onde dal punto n. ſi uedrà la circonferenza. r f s. minore della. z f d. con tutto, che apparifca maggiore, eſſendo che l'angolo. r n s. è maggiore dell'angolo. z a d.

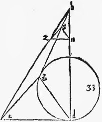


THEOREMA TRENTESIMOTERZO.

Se ſino alla baſa circulare del Cono, ſi tirino i raggi uiſuali, che la tocchino, & da queſti punti ſi tirino le linee rette

nee rette ſopra la ſuperficie del Cono, fino alla ſua punta, per le quali, & per i raggi che eſcono dall'occhio, & toccono la baſa del Cono, ſi ſtendino due piani, & l'occhio ſtia nella loro commune † ſettione, la parte del Cono, che ſi ve de apparirà ſempre eguale. † tagliamẽto nel quale l'una ſi ta glia con l'altra.

SIA un Cono, che habbia per baſa il cerchio. g d. & la pũ ta ſia nella. b. & l'occhio nel punto. c. dal quale eſchino i raggi. c d. &. c g. che tocchino la. g d. cerchio ne' punti. g. &. d. & da queſti due punti fino alla. b. punta del Cono ſi tirino le rette linee. d b. &. g b. & ſi diſtendino due piani, uno ſopra la linea. b g. & il raggio. g c. & l'altro nel medeſimo modo ſopra la linea. d b. & il raggio. d c. Queſti due piani ſi congiugneranno inſieme, poiche le linee rette. d b. &. g b. ſi congiungono, & anco i raggi viſuali. c g. &. c d. ſi congiungono nel punto. c. Congiunghinſi adũq;, & ſi taglino inſieme queſti due piani, & ſia la loro commune ſettione, la linea. b c. † Dico, che l'occhio, che è collocato in qual ſi uoglia punto della linea. b c. uedrà ſempre la medeſima parte del Cono. Pigliaſi nella linea. b c. un punto, & ſia la. z. nel quale ſtia l'occhio; & da eſſo ſi titi la. z n. paralella alla. c d. Et alla. c g. ſi tiri la paralella la. z s. per il che le linee rette. z n. &. z s. toccheranno la ſuperficie del Cono ne' punti. n. &. s. & perche le ſettioni de' cerchi paralelli, nella ſuperficie del cono. b g d. ſono ſimili; gl'internalli che ſi uedono nella. b g d. ſuperficie del Cono appariſcono eguali; conciofia che l'angolo. s z n. (che è compreſo da' raggi. z s. &. z n.) è eguale all'angolo. g c d. che è compreſo da' raggi. c g. &. c d. † adunq; l'internallo. s n. della ſuperficie del Cono, apparirà eguale all'intetuallo. g d. † Onde ponendoſi l'occhio in qual ſi uoglia luogo della linea retta. c b. la parte del Cono che ſi uede, apparirà ſempre eguale.



† per la 3. pro dell' 11.

† per la 29. del primo, & per la 10. pro. dell' 11.

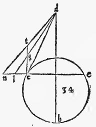
† per la 7. ſupp.

THEO-

THEOREMA TRENTESIMOQVARTO.

Se si muouerà l'occhio sopra una linea retta equidistante alla superficie del Cono, & s'innalzerà; quella parte del Cono, che si uede, apparirà minore, ma se l'occhio si abbasserà, apparirà maggiore.

Sia la punta del Cono la. d. & la basa sia il cerchio. c b e. & tirisi la. t c. paralella alla. b d. & l'occhio stia nel punto. t. Dico, che la parte del Cono ueduta, apparisce minore, quando l'occhio è nel punto. t. che quando egli è nel punto. s Tirinsi adunque dal punto. d. fino al punto. t. & al punto. s. le linee rette. d t. & .d s. & si stendino fino alla. n. &. l. le parti del Cono che si uedranno appariranno ineguali, stando l'occhio hora nel punto. n. & hora nel punto. l. & dalla. n. la parte del cono uista apparisce minore, & dalla. l. maggiore †. Essendo che l'angolo. d n c. è minore dell'angolo. d l c. † Hor perche la parte del Cono, che si uede dal punto. n. è eguale alla parte, che si uede dal punto. t. & quella parte, che si uede dal punto l. è eguale a quella, che si uede dal punto. s. come nel precedente Theorema si è dimostrato, segue, che all'occhio posto nel punto. t. parrà di uedere minore parte del Cono, che non parrà di uedere all'occhio posto nel punto. s.



† per la 5. et 6. suppositione.

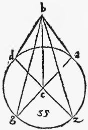
† per la 32. del terzo.

THEOREMA TRENTESIMOQVINTO.

Se sopra il centro del cerchio si innalzerà una linea retta, che col suo piano faccia angoli retti, & l'occhio stia nella detta linea, i diametri del cerchio gl'appariranno eguali.

Sia

Sia il centro del cerchio il punto. c. dal quale s'innalzi la linea retta. c b. che faccia angoli retti col piano del cerchio. d g z a. & l'occhio stia nel punto. b. & si tirino i diametri. g a. &. d z. Dico che il diametro. g a. apparirà eguale al diametro. d z. Tirinsi le rette linee. b a. b z. b g. b d. le due linee rette. b c. &. c z. saranno eguali alle due. b c. &. c g. ciascuna alla sua, cio è. c z. alla. c g.† & la. b c. è commune. Et l'angolo. b c g. è eguale all'angolo. b c z. la basa. b z. sarà eguale alla basa. b g. †. & per la medesima ragione la. b d. sarà eguale alla. b a. Per il che le due rette linee. d b. &. b z. saranno eguali alle due. a b. & . b g. & la. d z. è eguale alla. g a. †. adunq; l'angolo. d b z. sarà eguale all'angolo. g b a.† Ma quelle cose che sotto eguali angoli sono uiste appariscono eguali (per la 7. suppositione) adunque la. g a. diametro apparirà eguale all'altro diametro. d z.



† per la 15. diff. del primo.

† per la quarta del primo.

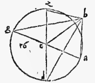
† per la 15. diff. del primo.

† per la 8. del primo.

THEOREMA TRENTESIMOSESTO.

Se l'occhio si porrà nella punta d'una linea, che esca dal centro del cerchio, & sia eguale al mezzo diametro di esso, ne faccia angoli retti con il piano del cerchio, i diametri gli appariranno eguali.

Sia il punto. c. centro del cerchio, dal quale si tiri in alto la. c b. che non faccia angoli retti col piano del cerchio, & sia eguale al mezzo diametro di esso, & dal punto. b. oue è l'occhio si tirino le linee rette (come nella precedente s'è fatto). b d. b z. b g. b a. Ma essendo fra di loro eguali la. d c. c b. c z. sarà retto l'angolo. z b d.† & anco l'angolo. a b g. sarà retto per la medesima ragione. Onde questi due angoli sa-

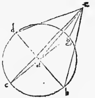


† per la 31. del terzo.

goli saranno fra di loro eguali, ma quelle cose, che sotto egua li angoli sono uiste, appariscono eguali (per la 7. suppositione) adunq; il diametro. d z. apparirà eguale al diametro. a g.

Hora sia centro d'un altro cerchio il punto. a. dal quale si innalzi la linea. a z. che non sia eguale al mezzo diametro, ne meno faccia angoli retti sopra il piano del cerchio, ma solamẽ te faccia l'angolo. d a z. eguale all'angolo. z a g. & l'angolo. c a z. eguale all'angolo. z a b. Dico, che ancora in questo modo i diametri del cerchio appariranno eguali all'occhio, che dal punto. z. gli mira. Et perche la. d a. è eguale alla. a g. & la. a z. è commune all'una, & l'altra di loro, & fa con esse angoli eguali, seguirà, che la basa. d z. sia eguale alla basa. z g. † & l'angolo. d z a. sia eguale all'angolo. a z g. & nel medesimo modo si mostrerà l'angolo. c z a. essere eguale all'angolo. a z b. per il che tutto l'angolo. d z b. sarà eguale à tutto l'angolo. c z g. & cosi i diametri. d b. &. c g. appariranno fra di loro eguali, ogni volta che il raggio, che uscẽdo dall'occhio ua al centro, farà (come s'è detto) co' diametri angoli eguali, ò faccia il detto raggio con il piano del cerchio angoli retti, ò non faccia.

† per la 4. del primo.

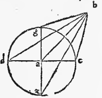


THEOREMA TRENTESIMOSETTIMO.

Se il raggio uisuale, che uscendo dall'occhio ua al centro del cerchio, non farà angoli retti co'l piano del cerchio, ne meno sarà eguale al mezzo diametro, ne farà angoli eguali colli mezzi diametri, i diametri appariranno ineguali.

SIA la. a centro del cerchio, & da esso fino all'occhio. b. si tiri la linea retta. b a. la quale non faccia angoli retti co'l piano del cerchio, ne manco sia eguale al mezzo diametro di esso cerchio, ne faccia co' mezzi diametri angoli eguali; dico che i diametri appariranno ineguali. Tirisi la. g z. diametro, che faccia angoli retti con la. a b, & la. d c. si tiri in modo, che faccia angoli ine-

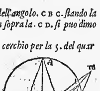
goli ineguali con la detta. a b. & si congiunghino le linee rette. b g. b z .b c. b d. & sia la. b a. maggiore del mezzo diametro. a c. adunq; l'angolo. g b z. sarà maggiore dell'angolo .c b d. (come nel Theorema si dimostra) ma quelle cose, che sotto maggiore angolo sono uiste, appariscono maggiori, adunq; il diametro. g z. apparirà maggiore del diametro. d c. Hora se la. b a. sarà minore della. a c. apparirà maggiore la. d c. che la. g z.



ANNOTATIONE.

Che l'angolo. G B Z. *sia maggiore dell'angolo.* C B C. *stando la linea.* A B. *à piombo sopra la.* G Z. *& non sopra la.* C D. *si può dimostrare in questa maniera.* M. Egnat.

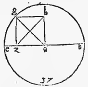
Facciasi attorno il triangolo. A B D. *un cerchio per la 5. del quarto, & tirisi la linea.* A G. *à piombo sopra la.* B C. *che passi per il centro del cerchio per la.* 1. *del* 3. *Et così la linea.* A G. *sarà la più lunga linea, che esca dal punto.* G. *& uadia alla circonferentia del cerchio per la 7. del* 3. *Facciasi ancora sopra il punto.* G. *per la.* 23. *del primo un angolo eguale all'angolo.* G A B. *il quale sia.* B G. M. *& si tiri la linea.* G L. *fino alla circonferentia del cerchio. Dico hora, che essendo la.* G A. *più lunga della.* G L. *per la 7. del 3. seguirà che anco la linea.* A B. *(la quale supponiamo eguale alla.* A G.*) sia maggiore della.* G L. *stendasi la linea.* G L. *tanto, che sia eguale alla.* A B. *(per la 3. del primo) & sia la* G M. *& si tirino le linee.* B M. *&* .G M. *onde l'angolo.* B M C. *sarà eguale all'angolo.* D B C. *per l'8. del primo. Ma l'angolo.* B A C *è maggiore dell'angolo.* B M G. *perche l'angolo.* B L C. *(che è eguale all'angolo.* B A C. *per la* 21. *del* 3.*) è maggiore dell'angolo.* B M C. *per la.* 21. *del primo La onde l'angolo.* G B Z. *che è eguale all'angolo.* B A C. *sarà maggiore dell'angolo.* D B G. *che eguale all'angolo.* B M C.



Per la dimostratione di queste cose è necessaria la cognitione di quanto segue.

Se dall'occhio posto in aria cascheranno due linee rette, una delle quali uadia al centro del cerchio, doue faccia angoli ineguali, & l'altra cascando à piombo, faccia angoli eguali sopra la sperficie del cerchio, & dal punto oue casca la linea à piombo si tiri una retta linea fino al centro del cerchio; L'angolo compreso da questa linea, et quella, che esce dal centro, & ua all'occhio, è minore d'ogn'altro angolo, compreso sotto la detta linea, che dal centro ua all'occhio, & dalle linee che passono per il centro del cerchio.

SIA l'. a. centro del cerchio, & l'occhio stia nel punto. b. dal quale caschi una linea à piombo sopra il piano del cerchio fuori del centro. a. come dire nel punto. g. & sia la. b g. & dal punto. g. fino al punto. a. si tiri la retta linea. ga. & in oltre dall'. a. al. b. si tiri la. a b. Dico, che l'angolo. g a b. è minore d'ogn'altro angolo, che si possa fare dal concorso della linea. b a. con ogni altra linea che pasi per il centro. a. Tirisi per il punto. a. la retta linea. h a z e. & dal punto. g. sopra la linea. h e. si tiri à piombo la. g z. che sia nel medesimo piano



* Lemma pri. che è la. h e. & si congiunghi la linea retta. b z.* La. b z. adunque sarà perpendiculare sopra la. h e. Hor essendo retto l'angolo. g z a. l'angolo. a g z. farà minore del retto,† per il che, il lato. a g. farà maggiore del lato. a z.† Onde la. a b. harà maggiore ragione alla. a z. che non harà alla. a g.† Ma li due angoli. a g b. &. b z a. sono retti, & le linee rette. g a. &. a z. sono ineguali,* adunque il rimanente angolo. z a b. è maggiore del-

† per la 32. del primo.
† per la 19. del primo
† per l'8. diff. del quinto.
* Lemma.2.

l'altro

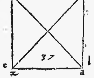
l'altro. g a b. Nel medesimo modo mostrerremo, che l'angolo .g a b. sarà minore d'ogni altro angolo fatto dalla linea. a b. da qual si uoglia altra linea che pasſi per il centro. a.

LEMMA PRIMO.

Lemma cioè assunto,

Che la linea retta. z b. caschi à angoli retti sopra la. l e. dimostreremo in questa maniera.

PERCHE la linea. b g. fa angoli retti sopra il piano del cerchio seguità, che tutti i piani, che passono per la linea. b g. faranno angoli retti con il piano del cerchio. Ma il triangolo. b g z. è uno de' piani tirati per la linea. b g. adunq; il triangolo. b g z. sta à angoli retti sopra il piano del cerchio; Et perche li due piani, cio è il piano del cerchio. e l. & il piano del triangolo. b g z. l'un l'altro si segono, & la loro commune settione è la. g z. sopra la quale sta à angoli retti la. l e. nel piano del cerchio (essendo che la. g z. fu tirata à piombo sopra la. e l.) adunque la. e l. fa angoli retti co'l piano del triangolo. b g z. Onde sarà anco angoli retti con tutte le linee, che la toccono nel medesimo piano del triangolo. g z b. per il che la. l e. con la. z b. fa angoli retti, & al contrario anco la. z b. farà angoli retti con la. l e. diametro del cerchio.



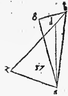
LEMMA SECONDO.

In oltre dimostrerremo, che l'angolo. z a b. è maggiore dell'angolo. g a b.

SIANO due triangoli. b g a. &. b z a. che habbino gl'angoli. g. &. z. retti, & la. b a. habbia maggiore ragione alla. a z. che non ha alla. a g. Dico che l'angolo. z a b. è maggiore dell'angolo. g a b. Et essendo, che la. b a. ha maggiore ragione alla. z a. che alla. g a. al rouersc io la. z a. harà minore ragione al la. b a. che nō ha la. g a. alla. a b. Onde la. g a. harà maggiore

ragione

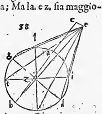
ragione alla. a b. che non harà la. z a, alla. a b. Facciasi adunque, che sia, come è la. g a. alla. a b. così la. z a. alla. a d. la quale sia minore della. a b. Et così i triangoli. b g a. & .d z a. saranno equiangoli; Onde l'angolo .g a b. è eguale all'angolo. z a d. & perciò l'angolo. z a b. sarà maggiore dell'angolo. g a b. & di qui si dimostrerrà la propositione seguente.



THEOREMA TRENTESIMOTTAVO

Se il raggio, che esce dall'occhio, cascando nel centro del cerchio, farà angoli ineguali con diversi diametri, & none starà à piombo sopra il piano del cerchio, & sarà maggiore del mezzo diametro, i diametri visti appariranno ineguali, & quel diametro apparirà maggiore, col quale la linea, che dall'occhio va al centro, sta à piombo.

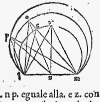
Nel cerchio. a b g d. tirinsi li due diametri. a b. & g d. che si taglino insieme ad angoli retti, & l'occhio stia nel punto. e. dal quale esca una linea retta, & vadia fino al centro. z. talmente che faccia angoli retti con la. g d, & con la. a b. faccia angoli di qual si voglia grandezza; Ma la. e z, sia maggiore del mezzo diametro del cerchio. Et perche la. g d. sta ad angoli retti con la. a b. & con la. e z. adunq; tutti i piani distesi per la linea. g d. saranno ad angoli retti con i piani distesi, & tirati per le linee. e z. & .a b. Hora dall'. e. punto si tiri à piombo la. e c. linea fino al sottoposto piano, la quale cascherà sopra la. a b. commune settione de' piani; Et si tiri il diametro. i t. Appresso si deue pigliare la linea. m l. che sia eguale al diametro del cerchio, & si seghi in due parti nel punto. n. dal quale si drizzi in alto la linea. n x.



che

che stia ad angoli retti con la. l m. Et sia la. n x. eguale alla. e z. Et cosi il pezzo del cerchio gia descritto che passa per i punti .m x l. sarà maggiore del mezzo cerchio, perche la linea. n x. è maggiore, di ciascheduna delle due linee. l n. &. n m. Hora congiunghinsi nel pezzo del cerchio. l x m. le linee. x l. &. x m. & si uedrà, che lo angolo. x. che' è contenuto dalla. x l. & dalla. x m. è eguale all'angolo posto nel punto. e. contenuto dalle linee. e g. &. e d. che è l'angolo. g e d.† In oltre si farà l'angolo. l n o. eguale all'angolo. e z i.† & piglisi la. n o. eguale alla. e z. tirando le linee. l o. &. m o. Et attorno il triangolo. l o m. si descriua il pezzo di cerchio. l o m.† Onde l'angolo contenuto sotto le linee. l o. &. o m. sarà eguale all'angolo. i e t. Facciasi di nuouo sopra il punto. n. l'angolo. l n p. eguale all'angolo. e z a. & taglisi. n p. eguale alla. e z. con giugnẽdo le linee rette. l p, &. p m. & attorno il triangolo. l p m. si descriua il pezzo di cerchio. l p m. & cosi sarà l'angolo. l p m. eguale all'angolo. a e b. contenuto dalle linee. a e. &. e b. Hora perche l'angolo. l x m. è maggiore dell'angolo. l o m. (perche l'angolo. l x m. è eguale all'angolo. l s m. perche l'uno, & l'altro sono nel medesimo pezzo di cerchio, † & l'angolo. l s m. è maggiore dell'angolo. l o m. perche è lo esteriore angolo del triangolo. l o m.) ma l'angolo. l x m. è eguale all'angolo. g e d. & l'angolo. l o m. è eguale all'angolo. i e t. Per il che l'angolo. g e d. è maggiore dell'angolo. i e t. Onde il diametro. g d. apparirà maggiore del diametro. i t.† In oltre perche l'angolo. l o m. è eguale all'angolo. i e t. & l'angolo. l p m. è eguale all'angolo. a e b. & l'angolo. l o m. è maggiore dell'angolo. l p m. seguirà che l'angolo. i e t. sia maggiore dell'angolo. a e b. per il che il diametro. i t. apparirà maggiore del diametro. a b.†

38



† per la prima del sesto.

† per la 23. del primo.

† per la 5. del 4.

† per la 21. del 3.

† per la 32. del primo.

† per la 5. supp.

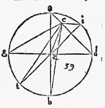
† per la 5. supp.

THEOREMA TRENTESIMONONO.

Se la retta linea, che uscendo dall'occhio, si congiugne al centro del cerchio, non sarà maggiore del mezzo diametro, ma minore, interuerrà à' diametri il contrario, per=

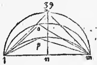
che quello

che quello, che nel precedente Theorema appariua maggiore, qui apparirà minore, & quello, che appariua minore, apparirà maggiore.



SIA il cerchio. a b g d. nel quale tirinsi due diametri, che si taglino insieme ad angoli retti, & siano. a b. &. g d. in oltre tirisi l'altro diametro. i t. & l'occhio stia nel punto. e. dal quale fino al punto. z. centro del cerchio si tiri la. e z. che sia minore del mezzo diametro, & faccia angoli retti cō la. g d. diametro. Hora pongasi la linea. l m. eguale alla. a b. diametro del cerchio, & si tagli per il mezzo nel pūto. n. dal quale si dirizzi ad angoli retti la linea. n x. che sia eguale alla. e z. & attorno i punti. l x m. si descriua il pezzo di cerchio. l x m. il quale sarà minore del mezzo cerchio, poiche la. n x. è minore del mezzo diametro. Congiunghinsi hora in questo pezzo di cerchio le linee. x l. &. x m. & uedrasi l'angolo. l x m. essere eguale all'āgolo. g e d.† In oltre sopra il punto. n. facciasi uno angolo. l n o. eguale all'angolo. e z i. & seghisi la. n o. eguale alla. e z. congiugnendo le linee. l o. &. o m. & attorno la linea. l m. per il punto. o si descriua il pezzo di cerchio. l o m. Per il che l'angolo posto nel punto. o. contenuto dalle linee. l o. &. o m. è eguale all'angolo. t e i. Finalmente sopra il punto. n. ponghisi l'angolo. l n p. eguale all'angolo. a z e. & taglisi la. n p. eguale alla. z e. & si congiunghino le linee rette. l p. &. p m. & attorno il triangolo. l p m. si descriua il pezzo di cerchio. l p m. sarà adunq; l'angolo. l p m. eguale all'angolo. a e b. Et essendo che l'angolo. l x m. è minore dell'angolo. l o m. che è eguale all'angolo. t e i, & l'angolo. l x m. è eguale all'angolo. g e d. apparirà minore il diametro. g d. del diametro. i t. Nel medesimo modo, perche l'angolo. t e i. è minore dell'angolo. a e b. apparirà minore il diametro. i t. del diametro. a b.

† per la 10. diff. del ter Zo.



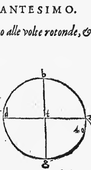
ANNO-

ANNOTATIONE.

Per che nel margine del Theorema superiore si sono addutte le propositioni 21. del terzo & 23. & 32. del primo, & la quinta del quarto con la prima del sesto & la quinta suppositione per dimostrare la prima & seconda parte di quel Theorema; però le medesime propositioni seruiranno alla dimostratione del presente 39. Theorema applicãdole doue si uedrà il segno.† per non hauere à riempiere il margine superfluamente. M. Egnat.

THEOREMA QVARANTESIMO.

Le ruote del carro appariranno alle volte rotonde, & alle volte ouate.



Sieno la. b g. &. d z. diametri della ruota. b z n d. Hora essendo, che il raggio uisuale, che dall'occhio ua al centro della ruota, sopra la quale cascando à piombo, & essendo eguale al mezzo diametro della ruota, i diametri di essa appariranno eguali, come nel Theorema precedente si è dimostrato; Onde la ruota del carro essendo uista in questa maniera, apparirà rotonda. Ma se il carro sarà tirato con uelocità, & inordinatamente, il raggio dell'occhio, che va al centro, none starà à piombo sopra il piano della ruota ne mãco sara eguale al mezzo diametro di quella, i suoi diametri appariranno ineguali per il precedente Theorema. Per il che la ruota apparirà ouata, & lunga.

ANNOTATIONE.

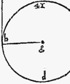
Se il raggio, che esce dall'occhio, & ua al cẽtro della ruota t. nõ farà angoli retti con il piano della ruota, ne meno sarà eguale al mezzo diametro di quella; i diametri della ruota appariranno ineguali (per il precedente Theorema) de' quali uno apparirà maggiore, & l'altro minore, di ogn'altro diametro, ma degli intermedij, quelli che M. Egnat.

saranno piu uicini al minore diametro, appariranno minori di quelli, che li saranno piu lontani. Et ogni due diametri, che egualmente sarãno lontani, ò dal maggiore, ò dal minore diametro, appariranno eguali, dal che chiaro si scorge, che le ruote del carro, apparisconó di forma ouale perfetta, tanto piu, ò meno lunga, quanto piu, ò meno starà obliquo il raggio uisuale sopra il piano della ruota. Il medesimo effetto fà no ancora le macine de' molini, & qual si uoglia altra ruota, che cõ prestezza si muoua circularmente. Onde qui si uiene à mostrare de' corpi quel, che delle superficie piane si è mostrato nel Theo.38. et 39.

THEOREMA QVARANTESIMOPRIMO.

Se una grandezza posta in alto stia à piombo sopra il sottoposto piano, & l'occhio stia in qual si voglia punto del piano, attorno il quale, come attorno il centro del cerchio, si giri la gia detta grandezza, apparirà sempre eguale.

SIA la ueduta grandezza, la. a b. piu alta del piano, che sotto li giace, sopra il quale stia à piombo, & l'occhio sia nel punto. g. & si congiunghi la. g b. & con il centro. g. & lo interuallo. g b. si descriua il cerchio. bd e. dico, che se la grandezza. a b. si girerà nella circonferenza del cerchio, che alla. g. occhio apparirà sempre della medesima grandezza. Hora perche la. a b. sta à piombo sopra il piano, farà con la. g b. un angolo retto, essendo che la. gb. è descritta sopra il medesimo piano, col quale la. a b. fa angoli retti; per il che tutte le linee che dal centro. g. saranno tirate fino alla. a b. fanno angoli eguali. Onde la. a b. sarà ueduta, & apparirà sempre della medesima grandezza. † Nel medesimo modo accaderà ogni uolta, che dal centro. g. si innalzerà una linea, che sia paralella alla. a b. & l'occhio stia nella sommità di detta linea, & la grandezza. a b. si giri attorno per la circonferenza del cerchio, apparirà sempre eguale à se stessa.



† per la 7. supp.

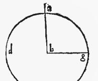
ANNO-

ANNOTATIONE.

Che la grandezza. A B. *apparisca all'occhio.* G. *sempre eguale è manifesto, perche se si tira una linea dal punto.* A. *al punto.* G. *l'angolo.* A G B. *sarà sempre eguale à se stesso, perche la.* G B. *mezzo dia metro del cerchio è sempre la medesima, & così la.* A B. *perpendiculare; ma quelle cose, che sotto eguali angoli sono uiste, sono eguali per la settima suppo. adunq; la.* A B. *che è uista sempre sotto l'angolo.* A G B. *eguale à se stesso, apparirà sempre eguale. Et quando l'occhio starà nella sommità della linea, che sta à piombo sopra il centro del cerchio, la.* A B. *gl'apparirà sempre eguale, perche la.* A B. *per la.6. dell'undecimo sarà paralella alla linea, sopra la quale sta l'occhio, & se dall'occhio al punto.* A. *si tirerà una linea, & l'altra dall'occhio alla.* B. *si uedrà, che l'angolo, che è costituito dalle linee, che escono dalli punti.* A. *&.* B. *& uanno à congiugnersi nell'occhio, sarà sempre eguale à se stesso, per il che la grandezza.* A B. *apparirà sempre eguale; per la 7. suppositione.* M. Egnat.

THEOREMA QVARANTESIMO SECONDO.

Se la grandezza ueduta starà à piombo sopra il centro del cerchio, attorno la cui circonferenza uadia girando l'occhio, apparirà sempre eguale.

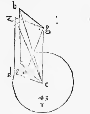


Sia la ueduta grandezza. a b. la quale stando ad angoli retti sopra il centro del cerchio, sia ueduta dall'occhio, che è nel punto. g. & con il centro. b. & lo interuallo. b g. si descriua il cerchio. g d. Dico che se l'occhio. g. si girerà per la circonferenza del cerchio, che la grandezza. a b. apparirà sempre eguale. Il che si dimostrerà in questa maniera. essēdo che tutti i raggi uisuali, che dall'occhio. g. andranno alla grandezza. a b. faranno con essa angoli retti, poi l'angolo posto nel pũto. b. è retto, onde la ueduta grandezza apparirà perpetuamente eguale à se stessa. † *† come è sta annotatione del precedente Theo. si è dimostrato.*

THEOREMA QVARANTESIMOTERZO.

Se l'occhio, che è nel centro del cerchio, uedrà una grādezza, che si gira nella circonferenza, & non fa angoli retti col piano del cerchio, gli apparirà sempre ineguale.

SIA il cerchio. d a. nella cui circonferenza si pigli il punto. d. dal quale eschi in alto la linea retta. d z. che non faccia angoli retti col piano del cerchio, & l'occhio stia nel punto. e. cērro del cerchio; dico, che se la. d z. si andrà mutando attorno la circonferenza del cerchio, che hora apparirà maggiore, & hor minore. La. d z. sarà necessariamente, ò maggiore, ò minore, ò eguale al mezzo diametro del cerchio; Sia la prima cosa maggiore la. d z. che non è la d e. mezzo diametro del cerchio, & dal centro del cerchio si tiri la. e g. che sia eguale, & paralella alla. d z. & dal punto. g. sopra il piano del cerchio si tiri à



† p la 11. dell 11. piombo la. g n. † che tocchi il piano del cerchio nel punto. n. & si tiri la retta linea. e n. che si stenda, & si congiunga alla circonferenza del cerchio nel punto. a. dal quale si tiri la. a b. pa-

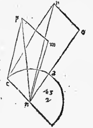
† per la 31. del primo. ralella alla. e g. † & eguale alla. d z. dico che di tutte le linee, che si muoueranno attorno la circonferenza del cerchio, la. a b. apparirà minore. Tirinsi adunq; la. g z. e z. b g. &. b e. Et perche habbiamo nel Theorema opposto al The. 37. che di tutte le linee, che sono tirate per il punto. e. & fanno angoli con la. e g. che l'angolo. g e a. fatto dalla. g e. &. a e. è minore d'ogni altro angolo. Et essendo, che la. g e. è paralella, & egua

† per la 33. del primo. le alla. a b. seguità che la. e a. sia eguale, & paralella alla. g b. † la onde. e b. sarà paralello gramo, † & per la medesima ragio-

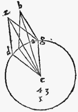
† per la 34. del primo. ne, anco. z e. sarà paralello gramo. Et perche si deue dimostrare, che la. a b. è minore della. d z. non è dubbio, che bisogna dimostrar prima, che l'angolo. b e a. è minore dell'angolo. z e d. il che si farà in questa maniera. Conciosia che gia è dimostrato,

strato, che di tutti gl'angoli, che uengono fatti dalle linee che passono per il punto. e. & dalla. e g. lo. g e a. è il minore, per il che sarà minore dell'angolo. g e d.

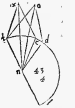
Pongasi hora il pezzo di cerchio. c a l. eguale al mezzo cerchio il cui centro sia la. n. & facciasi l'angolo. c n m. eguale all'angolo. g e a. ma l'angolo. c n o. sia eguale all'angolo. g e d. & sia ciascuna delle due linee. m n. &. o n. eguale alla. z d. & per il punto. m. si tiri la linea retta. m p. eguale, & paralella alla. c n. & si congiunghi la retta linea. p c. & così il. p n. sarà paralello gramo, eguale, & simile al paralello gramo. b e. In oltre per il punto. o. tirisi la linea. o r. eguale & paralella alla. c n. & si tiri la retta linea. p c. onde il paralellogramo. r n. sarà eguale, & simile al paralellogramo. z e. Tirinsi poi i diametri. r n. &. p n. & si uedrà, che l'angolo. c n p. è minore dell'angolo. c n r. † Ma l'angolo. c n r. è eguale all'angolo d e z. per il che l'angolo. a e b. è minore dell'angolo. d e z. Onde la grandezza. a b. apparirà minore della grãdezza. d z. laquale se sarà eguale, ò minore del mezzo diametro. d e. si dimostrerrà nõ di meno; che la. b a. è minore della. z d. Sia nella presente figura la. z d. eguale alla. d e. mezzo diametro, & il restante si constituisca come nella precedente figura si è fatto, & pongasi il mezzo cerchio. t d l. che sia eguale al mezzo del precedente cerchio, & il suo centro stia nel punto. n. & perche la



† cioè la parte, che nõ è il tutto.

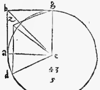


. d z. si è posta eguale al mezzo diametro del cerchio, sarà eguale alla. t n. Hor põgasi l'angolo. t n c. eguale all'angolo. g e a. tirando la. c x. paralella, & eguale alla. t n. & si congiunga la. x t. facendo ancora, l'angolo. t n d. eguale all'angolo. g e d. & si tiri la. d o. eguale, & paralella alla. t n. & la. o d. paralella alla. t n. & così saranno paralellogrami. t c. &. t d. & saranno simi-

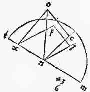


no simili, & eguali alli parallellogrami. e z. &. e b. onde l'angolo. t n d. sarà eguale al- l'angolo. g e d. & l'angolo. t n c. all'angolo . g e a. Ma l'angolo. g e a. è minore dell'an- golo. g e d. essendo, che l'angolo. t n c. è mi nore dell'angolo. t n d. Congiunghinsi hora i diametti, de' parallellogrami. x n. &. o n. l'angolo. t n x. sarà minore dell'angolo. t n o. † & l'angolo. t n x. è eguale all'angolo. a e b. & l'angolo. t n o. all'angolo. d e z. Onde l'angolo. a e b. sarà minore dell'angolo. d e z. per il che la grã dezza. a b. apparirà maggiore della grandezza. d z, che è quel lo, che si douea dimostrare.

† la parte del tut to.



Hora sia la. d z. minore del mez zo diametro del cerchio, & nel re- sto si ordini la figura come nelle precedenti, & il pezzo di cerchio . t m. sia eguale al mezzo cerchio; & habbia il centro nel punto. n. & dalla. t n. si tagli la. n x. eguale alla . d z: & si faccia l'angolo. t n c. egua le all'angolo. g e a. & l'angolo. t n l. eguale all'angolo. g e d. & l'una, & l'altra delle linee. n c. &. n l. sia eguale alla. d z. & per il punto. c. si tiri la. c o. paralella, & eguale al la. n x. & si congiunghi la. o x. & per il punto. l. si tiri la. l p. paralel la alla. x n. cõgiugnẽdo la retta li nea. p x. per il che. c x. &. x l. sarã no due paralellogrami, de' quali. x c. sarà eguale, & simile al paralellogramo. e b. &. l x. sarà egua le, & simile al paralellogramo. e z. Onde l'angolo. t n c. è egua le all'angolo. g e a. † & l'angolo. t n l. all'angolo. g e d. per il che l'angolo. g e d. è maggiore dell'angolo. g e a. & di qui si uede, che l'angolo. t n l. è maggiore dell'angolo. t n c. Hor tirin si i diametti de' paralellogrami. n o. &. n p. & seguirà, che l'an golo. x n o. sarà eguale all'angolo. a e b. & l'angolo. x n p. al l'angolo. d e z. Onde l'angolo. a e b. sarà minore dell'angolo . d e z. ma la grandezza. a b. si uede dall'angolo. a e b. & la. d z. dall'ango-

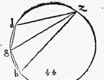


† per la prima diff. del sesto.

dall'angolo. d e z. per il che la. a b. apparirà minore della. d z. † che è quanto si douea dimostrare. † per la 6. sup positione.

THEOREMA QVARANTESIMOQVARTO.

L'occhio si può fermare in un luogo talmente, che la cosa ueduta, mutandosi da un luogo all'altro, gl'apparisca sempre della medesima grandezza.



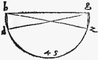
Sia. b g. la ueduta grandezza, & l'occhio stia nel pũto. z. dal quale eschino i raggi uisuali. z b. &. z g. & faccino il triangolo. z b g. attorno il quale si descriua il cerchio. b g d z † dico, che la grandezza. b g. portata in qual si uoglia luogo della circonferenza del cerchio, apparirà sempre della medesima grãdezza. Tramutisi la grandezza. b g. nella. g d. & si tiri la. d z. sarà eguale la circonferenza. b g. alla. g d. † & l'angolo. b z g. all'angolo. g z d. † ma quelle cose, che si uedono sotto eguali angoli, apparifcono eguali. † Adunq; la grandezza. b g. apparirà eguale alla grandezza. g d. † per la 5. del 4. † p la 28. del 3. † p la 27. del 3. † per la 5. supp.

ANNOTATIONE.

Il medesimo acaderia ancora quando l'occhio stesse nel centro del cerchio, & la grandezza. B G. *si andasse mutando attorno la circonferenza del cerchio, perche la.* B G. *sempre taglierebbe eguali archi del cerchio per la. 28. del terzo. & per la 27. del 3. gl'angoli, che nel cerchio sono all'incontro di eguali pezzi di archi, sono eguali; Onde la grandezza.* B G. *posta in qual si uoglia luogo della circonferenza del cerchio, & l'occhio posto nel centro sempre apparirà di eguale grandezza, essendo uista sotto angoli eguali per la 7. suppositione.* M. Egnat.

THEOREMA QVARANTESIMOQVINTO.

Si può trouare un luogo, doue stando fissa la cosa ueduta, & mutandosi l'occhio, gl'apparirà sempre eguale.



Sia. b g. la cosa ueduta, & dall'occhio che è nel punto. z. eschino i raggi uisuali. z g. &. z b. & atorno il triangolo. b g z. si descriua il pezzo di cerchio. b d z g. † & transferiscasi l'occhio dal punto. z al punto .d. dal qual quale eschino i raggi. d b. &. d g. l'angolo. g d b. sarà eguale all'angolo. b z g. essendo nel medesimo pezzo di cerchio. † Ma quelle cose, che sono ui ste sotto angoli eguali ci appariscono eguali; † Onde la grãdezza. b g. apparirà sempre della medesima grandezza, all'occhio, che si ua mutando per la circõferenza del cerchio. g z d b.

† per la 5. del 4.
† per la 21. del 3.
† per la 7. supp.

THEOREMA QVARANTESIMOSESTO.

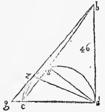
Si può trouare un luogo, nel quale se si transmuta l'occhio, & la cosa ueduta stia ferma, gl'apparisca hor maggiore, & hor minore.

Sia. c d. la ueduta grãdezza, & facciasi, che la linea. b g. si congiunghi con la. c d. stendendola fino al punto. g. & trouaremo la linea mezza proportionale, fra la. d g. &. g c. † & sia la. d z. tirando le rette linee. z l. &. z d. di poi attorno la retta linea. d c. si descriua il pezzo di cerchio, che contenga l'angolo acuto. c z d. per la 33. del terzo. Onde la. b z g. toccherà il pezzo di cerchio nella circonferenza per la 37. del terzo, essendo la. d g. alla. g z. come la. g z. alla. g c. Pongasi hora l'occhio nel punto. b. dal quale eschino i raggi uisuali. b d. &. b c. & si congiunghi la retta linea. s c. l'angolo. c z d. sarà eguale all'angolo. c s d. per la 21. del 3. essendo nel medesimo pezzo di

† p. la 13. del 6.

zo di

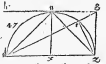
zo di cerchio. Ma l'angolo. c s d. è maggiore dell'angolo. c b d. per la 16. del primo, per il che l'angolo. c z d. sarà maggiore dell'angolo. c b d. Onde l'occhio guardando la grandezza. c d. dal punto. z. gli apparirà maggiore, che dal punto. b. per la quinta suppositione.



THEOREMA QVARANTESIMOSETTIMO.

Interuerrà il medesimo, che nella precedente, se l'occhio si muouerà sopra una linea paralella alla cosa ueduta.

SIA la linea. b g. patalella alla. d z. ueduta grandezza. La quale sia tagliata per il mezzo (per la 10. del primo) nel punto. x. & da esso si drizzi la. x n. tirando le linee. n d. &. n z. & attorno la retta linea. d z. si descriua il pezzo di cerchio, che capisca l'angolo. d n z. per la 33. del 3. Et perche nella linea. x n. è il diametro di quel cerchio, la cui parte è la. d n z. (per il corellario della prima del terzo). Et sopra la estremità della. x n. cio è per il pũto. n. si è tirata la. b g. à piombo con la. x n. la. b g. toccherà la circonferenza del pezzo di cerchio. d n z. per il corellario della 16. del terzo. Tramutisi hora l'occhio nel punto. g. donde eschino i raggi. g z. &. g d. & tirisi la linea retta. r z. l'angolo. d n z. sarà eguale all'angolo. d r z. per la 21. del 3. ma l'angolo d r z. è maggiore dell'angolo. d g z. per la 16. del primo, onde l'angolo. d n z. sarà maggiore dell'angolo. d g z. Ma quelle cose, che sotto maggiore angol o sono uiste appariscono maggiori.† Adunq; la grandezza. d z. apparirà maggiore stando l'occhio nel punto. n. che quando sta nel punto. g. Discorrendo adunq; l'occhio per la linea. b g. patalella alla grandezza. d z. essa gl'apparirà hor maggiore, & hor minore. †per la 5. supp.



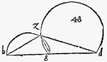
ANNOTATIONE.

M. Egnat. L'ANGOLO. D N Z. è il maggiore, che si possa fare dalle linee, che escono da' punti. D. & Z. & si congiungano nella linea. B G. perche tutti gl'angoli, che si fanno nella circonferenza del cerchio sono fra di loro eguali per la 21. del 3. & l'angolo. N. essendo eguale all'angolo. R. sarà maggiore dell'angolo. G. per la 16. del primo, & d'ogni altro angolo che si constituisca fra il púto. N. & il punto. G. & quanto piu gl'angoli saranno uicini al punto. N. ò dalla destra, ò dalla sinistra, tanto saranno maggiori, & quáto piu sarãno lontani, tanto saranno minori. Onde l'occhio stando nel punto. N. uedrà la grandezza. D Z. maggiore, che da qual si uoglia altro punto della linea. B G. & da' punti equidistanti dalla. N. uedrà la. D Z. di eguale grandezza.

THEOREMA QVARANTESIMOTTAVO.

Si troua qualche luogo talmente commune, che da esso essendo uiste le grandezze eguali, appariscono ineguali.

SIA la grandezza. b g. eguale alla. g d. & si descriua il mezzo cerchio. b z g. attorno la. b g. descriuendo il pezzo di cerchio. g z d. attorno la. g d. che sia maggiore del mezzo cerchio, per la 31. & 33. del terzo, & si congiunghino le linee rette. z b. z g. & z d. l'angolo. b z g. posto nel mezzo cerchio sarà maggiore dell'angolo. g z d. del maggiore pezzo del cerchio, per la 31. del terzo, ma quelle cose che si uedono sotto maggiore angolo, appariscono maggiori per la quinta suppositione, adunq; apparirà maggiore la. b g. che la. g d. all'occhio, che sta nel punto. z. Ma la. b g. si è posta eguale alla. g d. per il che si darà qual che luogo commune, dal quale essendo uiste le grandezze eguali, ci appariscono ineguali.



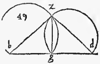
THEOREMA QVARANTESIMONONO.

Si troua qualche luogo talmente commune, che da esso es-

so es-

so essendo uiste le grandezze ineguali, ci appariscono eguali.

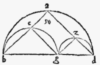
SIA la grandezza. b g. maggiore della. g d. attorno la qua le si descriua il pezzo di cerchio. b z g. che sia maggiore del mezzo cerchio, & attorno la. g d. si descriua parimente il pezzo di cerchio. g z d. che sia simile all'altro pezzo cio è, che contenga l'angolo. g z d. eguale all'angolo. g z b. per la 33. del terzo, & si congiunghino le linee rette. z b. z g. z d. & perche gl'angoli, che sono ne' pezzi di cerchi simili, sono fra di loro eguali, per la 10. diffinitione del terzo. Adunq; gl'angoli. b z g. &. g z d. sono eguali fra di loro; essendo descritti in simili pezzi di cerchio, Ma quelle cose che sotto angoli eguali so no uiste, appariscono eguali, per la 7. suppositione; adunq; all'occhio collocato nel punto. z. apparirà la grandezza. b g. eguale alla. g d. non ostante, che la. b g. sia maggiore della. g d. Onde si da un luogo commune dal quale uiste le grãdeyze ineguali, appariscono eguali.



THEOREMA CINQVANTESIMO.

Sono alcuni luoghi, da' quali uedendosi una grandezza composta di due grandezze ineguali, apparisce ciascuna di loro eguale.

SIANO due grandezze inegua li, &. b g sia la maggiore, &. g d. la minore, & si descriuino attorno ciascuna di esse i mezzi cerchi. b c g. &. b z d. Et anco attorno tutta la. b d. composta da amendue le linee. b g. &. g d. si descriua il mezzo cerchio. b a d. & perche l'angolo, che è nel mezzo cerchio. b a d. è eguale all'angolo, che è nel mezzo cerchio. b c g.† & l'uno, & l'altro è retto (per la 31. del terzo) Adunq; apparirà eguale

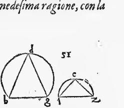


† per la 10. diff. del terzo

†per la 7. supp. eguale la. b g. alla b d. † similmente la. g d. alla b d. apparirà eguale, stando l'occhio ne' punti. a. &. z. de due mezzi cerchi. b a d. &. g z d. Onde si trouerranno alcuni luoghi, da' quali uista una grandezza, composta di due grandezze ineguali, ciascuna delle due ineguali apparisce eguale.

THEOREMA CINQVANTESIMOPRIMO.

Si possono trouare luoghi, da' quali la medesima grandezza apparisca la metà, ò la quarta parte minore di quel, ch'ella è, & precisamente nella medesima ragione, con la quale uiene diuiso l'angolo.



SIA la linea retta. l z. attorno la quale si descriua un pezzo di cerchio come si pare, & in esso si faccia l'angolo. l c z. Et pongasi la. b g. eguale alla. l z. descriuendoli attorno il pezzo di cerchio. b d g. che capisca un angolo la metà minore, dell'angolo. l c z. per la 33. del terzo. Onde l'angolo. l c z. essendo la metà maggiore dell'angolo. b d g. seguirà, che la grandezza. l z. apparisca la metà maggiore della. b g. (ancorche gli sia eguale) stādo l'occhio nella circonferēza. b d g. &. l c z.

ANNOTATIONE.

M. Egnat. *L'*OPERATIONE *di questa propositione consiste tutta nel diuidere l'angolo.* C. *& torne quella parte, che uorrai, che la grandezza.* L Z *apparisca, uerbigratia, se si uorrà che la grandezza.* L Z. *apparisca all'occhio la metà, ò il terzo, ò il quarto, ò il quinto, di ch'ell'è, si torrà dall'angolo.* C. *la metà, ò il terzo, ò il quarto, ò il quinto, ò qual si uoglia parte (per la 23. del primo) & sopra la linea.* B G. *si descriuerà un pezzo di cerchio (per la 33. del terzo) che capisca quella parte dell'angolo.* C. *che deue apparire all'occhio, la.* L Z. *la quale stando nella.* B G. *apparirà sempre all'occhio, che habbia quella ragione alla.* L Z. *che l'angolo.* D. *(dal quale si uede la.* B G.*) ha all'angolo.* C. *dal quale si uede la.* L Z. *Non osseruerà gia la medesima ragione*

gione la lontananza del punto. D. *dalla.* B O. *alla lontananza del punto.* C. *dalla.* L Z. *come si è dimostrato nell' 8. Theorema.*

THEOREMA CINQVANTESIMOSECONDO.

Se parecchie grandezze, essendo poste uicine all'occhio nella medesima linea retta, si muoueranno con eguale prestezza, l'ultima parrà che preceda tutte l'altre. Ma se si muoueranno in contraria parte, quella, che precedeua l'altre, parrà, che resti addietro, & quella, che era l'ultima parrà che preceda tutte l'altre.

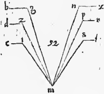
SIANO portate con la medesima prestezza la. b g. d z. c i. & dall'occhio. m. eschino i raggi. m g. m z. m i. & si uedrà che il raggio. m g. è il piu destro, & il piu alto, che esca dall'occhio. m. Onde parrà, che. b g. preceda tutte l'altre grandezze. † Ma se si muoueranno nella contraria parte, cioè, che la. b g. d z. c i. si trasportino sopra la. n x. p r. s t. & eschino i raggi. m n. m p. m s. & si uedrà, che il raggio. m s. è piu destro di tutti gl'altri. Adunq; parrà che la. s t. preceda l'altre grandezze, †& parrà che la. n x. sia l'ultima. Per il che la. b g. che prima parea, che andasse innanzi all'altre, essendo trasmutata nella. x n. parrà, ch'ella resti da ultimo, † & la grandezza. i c. che prima parea, che fosse l'ultima hora parrà, che preceda l'altre, † essendo trasmutata nella. s t.

† p la supp. 10.

† p la 10. supp.

† per la 11. supp.

† p la 10. supp.



ANNOTATIONE.

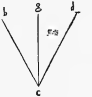
QVANDO *l'autore dice, che le tre grandezze.* B G. D Z. C I. *essendo trasportate nelle tre.* N X. P R. S T. *si muoueranno in contraria parte; essendo che le prime si muouono dal punto.* G. *uerso il punto.* N. *& le seconde dal punto.* N. *uerso il punto.* X. *& l'une, & l'altre si muouono dalla sinistra, & uanno uerso la destra; come starà adunq;* M. Egnat.

adunq;, che le seconde grandezze si muouino in contraria parte delle prime, si deue intendere, che dal punto. M. *esca una linea, che tagli per il mezzo l'angolo.* G M N. *hor dico che le tre prime grandezze* . B G. D Z. C L. *mouendosi uerso la destra, si accostano alla linea, che taglia l'angolo.* M. *& fin, che sopra detta linea non si ritroua la linea.* G M. *ell'è sempre piu destra, & precede l'altre due.* M Z. *&.* M L. *Ma poiche la.* M G. *passa la linea, che taglia l'angolo.* M. *mouendosi uerso la.* N X. *all'hora si comincia à muouere in contraria parte, cioè doue prima si accostaua alla linea, che taglia l'angolo.* M. *si comincia à discostare, & questo uuol dire muouersi in contraria parte, & percio la.* M L. *tramutata nella.* M G. *precede, & la.* M G. *nella.* M N. *resta à dietro.*

THEOREMA CINQVANTESIMOTERZO.

Delle grandezze inegualmente mosse per il uerso, che si muoue l'occhio, quelle che si muouono egualmente con l'occhio, par che stieno ferme, & quelle che si muouono piu tardi, par che tornino in dietro, & quelle che si muouono piu presto, par che uadino innanzi.

LE grandezze. b. g. d. muouinsi con inequale uelocità; ma il. b. si muoua adagio, il. g. con la medesima prestezza, che l'occhio. c. & il. d. molto piu presto, Et dall'occhio eschino i raggi uisuali. c b. c g. c d. Hor se l'occhio si muouerà uerso le medesime parti, che si muouono le grãdezze. b. g. d. la. g. che si muoue egualmẽte con l'occhio par-rà, che stia ferma, & la. b. che si muoue piu adagio parrà, che torni in dietro, & la. d. che corre piu uelocemẽte, parrà che uadia all'innanzi, perche si scosterà grandemente dalla. g. che cammina con l'occhio. c. egualmente.

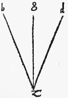


THEOREMA CINQVANTESIMOQVARTO.

Se parecchie grandezze si muoueranno per il medesimo uerso,

mo uerso, & una stia ferma, quella che sta ferma parrà, che si muoua nella contraria parte.

MVOVINSI le grandezze. b d. & la. g. stia ferma, & dal l'occhio. z. eschino i raggi. z b. z g. z d. Hor se le grandezze si muoueranno (poniam caso) uerso la destra, la. b. s'accosterà piu appresso alla. g. & la. d. se ne discosterà. Onde la grandezza. g. parrà, che si muoua uerso la contraria parte, cioè uerso la sinistra.



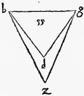
ANNOTATIONE.

M. Egnat.

PERCHE *le grandezze.* B. & D. *si muouono uerso qualche luogo, s'accosteranno à quello tuttauia piu, che non sarà la grandezza.* G. *che sta ferma, & la.* B. & D. *mouendosi egualmente, non muteranno sito di lontananza l'una dall'altra, ma la.* G. *che sta ferma lo muterà; per il che parrà che ella cámini in contraria parte. Il che chiaro si scorge nella Luna, la quale per la gran lontananza pare agl'occhi nostri che stia ferma, ne si conosce il moto suo in piccolo spatio di tempo; Onde quando uediamo le nugole, che con gran uelocità si muouono sotto la Luna, ci pare che essa corra uelocemente nella contraria parte.*

THEOREMA CINQVANTESIMO QVINTO.

All'occhio, che si accosta alla cosa ueduta, gli pare, che ella tuttauia cresca.



DALL'OCCHIO posto nel punto. z. sia ueduta la grandezza. b g. per i raggi. z b. &. z g. accostisi hora l'occhio alla grandezza. b g. & si ponga nel punto. d. & ueda la. b g. per i raggi. d b. &. d g. & essendo maggiore l'angolo. d. dell'angolo. z. † seguirà che la grandezza. b g. apparirà mag-

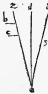
† per la 21. del primo.

giore.

giore, uista dal punto. d. angolo maggiore che dal. z. angolo minore; Perche quelle cose, che sotto maggiore angolo si uedono, ci appariscono maggiori per la 5. suppositione.

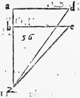
THEOREMA CINQVANTESIMOSESTO.

Delle grnadezze, che egualmente si muouono, quelle, che sono piu lontane, par che piu tardi si muouino.



Mvovinsi egualmente con la medesima prestezza le grandezze. b. &. c. uerso la .z. & eschino dall'occhio. a. i raggi. a g. a d. a z. & uedrassi che i raggi, ch'escono dall'occhio. a. & uanno alla grandezza. c. sono minori di quelli, che uanno alla grãdezza. b. Onde la. c. caminerà minore interuallo, & parrà che camini piu presto, perche piu presto giugnerà all'. a z. raggio uisuale.

VN'ALTRA DIMOSTRATIONE DEL THEOREMA. 56.



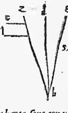
Mvovinsi li due pũti. a. &. b. di eguale mouimẽto, per le due linee parallele. a d. &. b e. & passerãno per le dette linee rette in eguale spatio di tempo. Siano adunque eguali le. a d. &. b e. & dall'occhio eschino i raggi uisuali. z a. z d. z b. z e. hor perche l'angolo. b z d. è minore dell'angolo. b z e. apparirà minore l'interuallo. a d. dell'interuallo. b e. Onde apparirà che l'. a. si muoua piu tardi che la. b.

THEOREMA CINQVANTESIMOSETTIMO.

All'occhio, che uelocemente si muoue, pare che le cose, che ei mira da lontano, rimanghino addietro.

Sia

SIA l'occhio il punto. b. dal quale eschino i raggi uisuali. b g. b d. b z. & le cose uedute siano le. c. &. l. Essendo adũq; l'occhio portato uelocemente, i raggi che da esso uscendo son distesi uerso la. z. trapasseranno la grandezza. c. piu presto che la. l. † Onde parrà, che la. c. rimanghi addietro, & la. l. si muoua nella cõtraria parte, cioè alla destra uerso la. g.



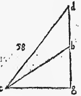
† per la minorità dell'angolo sotto il quale è uista la c.

COME si uede accadere à quelli, che nella barca sono con uelocità portati per il fiume d'quali pare che i monti, che da lõtano uedono, rimanghino addietro, & quegl'arbori che sono nella ripa del fiume, ò quiui appresso, si muouino nella contraria parte. M. Egnat.

THEOREMA CINQVANTESIM'OTTAVO.

Le grãdezze accresciute, par che si accostino all'occhio.

LA. g b. grandezza sia ueduta da' raggi. c g. &. c b. Accreschisi hora la. b g. di tanta grandezza, quanta è la. b d. & dal l'occhio. c. esca il raggio. c d. sarà adũq; maggiore l'angolo. d c g. dell'angolo. b c g. † Onde apparirà maggiore. g d. che. g b. essendo, che quelle cose, che sotto maggiore angolo sono uiste, ci appariscono maggiori. † Ma quelle cose, che ci appariscono maggiori, che prima non appariuono, par che sieno accresciute. Adũq; le grandezze accresciute par che si accostino all'occhio.



† il tutto della parte.

† per la 5. supp.

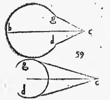
LE grandezze accresciute par che si accostino all'occhio, perche l'occhio le uede diuẽtare, maggiori credendo, che in se stesse sieno del la medesima grandezza, però pẽsa, che se li sieno accostate, essendo, che delle cose eguali quelle, che sono piu uicine all'occhio, ci appariscono maggiori, per il sesto Theorema. M. Egnat.

THEOREMA CINQVANTESIMONONO.

Quelle cose, che inegualmente sono lontane dall'occhio,

K delle

delle quali le estreme, non sono parallelle alle estreme, ne quelle di mezzo à quelle di mezzo, ne meno sono nella medesima rettà linea, fanno tutta la figura, hor concaua, & hor rotonda.

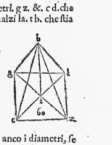


VEGGHINSI adunq; le. b. g. d. dall'occhio posto nel punto. c. dal quale eschino i raggi. c b. c g. c d. & uedrassi, che tutta la figura apparisce concaua. Pongasi hor la cosa ueduta talmente, che la. b. sia piu appresso all'occhio. c. che non è la. d. ò la. g. & cosi la figura. d b g. apparirà rotonda.

THEOREMA SESSANTESIMO.

Se dalla intersegatione de' diametri del quadrato s'innalzerà una linea retta, sopra il piano di esso, nella quale si ponga l'occhio, i diametri, & i lati del quadrato appariranno eguali.

SIA il quadrato. g z. & si tirino i diametri. g z. &. c d. che si interseghino nel punto. t. dal quale si innalzi la. t b. che stia ad angoli retti con il piano del quadrato, † & l'occhio stia nel punto. b. dal quale eschino i raggi. b c. b d. b g. b z. le due rette linee. t z. &. t b. saranno eguali alle due rette. t g. &. t b. sono ancora eguali fra di loro gl'angoli, che da esse linee sono cõtenuti attorno il pũto. t. Per il che la basa. z b. sarà eguale alla basa. g b. & la basa. c b. alla basa. d b. † Onde le due linee rette. z b. &. b g. sono eguali alle due linee rette. c b. &. b d. Et essendo eguali fra di loro anco i diametri, seguirà, che gl'angoli, che sono alla. b. sieno eguali. † Ma quelle cose, che sotto eguali angoli sono uiste, appariscono eguali, adunq;



† per la 12. del 11.

† per la 4. del primo.

† p la 8. del pri.

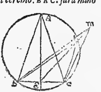
adunq; i diametri, & i lati del quadrato appariranno fra di loro eguali. † † per la 7. supp.

THEOREMA SESSANTESIMOPRIMO.

Se'l raggio, che uscendo dall'occhio, casca sopra la intersegatione de' diametri, non farà angoli retti sopra il piano del quadrato, ne meno farà eguale à qual si uoglia de' mezzi diametri, co' quali anco non faccia angoli retti, i diametri appariranno ineguali.

M. Egnat.

SIA *nella figura superiore il punto.* T. *la intersegatione de' diametri del quadrato, & dall'occhio.* B. *fino al punto.* T. *si tiri la linea.* B T. *che non faccia angoli retti col piano del quadrato, ne manco co' mezzi diametri di quello, faccia angoli eguali, & non sia eguale al mezzo diametro, ma sia ò maggiore, ò minore; Dico che i diametri appariranno ineguali. Tirisi il diametro.* G Z. *che faccia angoli retti con la.* B T. *con la quale non faccia angoli retti la.* D C. *& si tirino le linee rette.* B G. B D. B C. B Z. *Et sia la prima cosa, la.* B T. *maggiore del mezzo diametro.* T C. *seguirà, che l'angolo.* G B Z. *sarà maggiore dell'angolo.* C B D. *(come si è dimostrato nella annotatione del Theorema 37). Ma quelle cose, che sotto maggiore angolo sono uedute, appariscono maggiori, però il che il diametro.* G Z. *apparirà maggiore del diametro.* D C. *per la. 6. supp. Ma se la.* B T. *sarà minore della.* T C. *mezzo diametro del quadrato, la.* D C. *apparirà maggiore della.* G Z. *Perche se il segamento del cerchio.* B A C. *sarà minore del mezzo cerchio la linea.* G A. *sarà piu corta di tutte l'altre linee, che uscendo dal punto.* G. *uanno alla circonferenza.* B A C. *per la 7. del 3. Onde la linea.* G L. *sarà piu lunga del la linea.* G A. *& tagliando dalla.* G L. *un pezzo eguale alla.* G A. *sopra la quale faccendoui uno angolo caschera dentro all'angolo.* B L C. *del quale essendo maggiore, per la 21 del primo sarà anco maggiore dell'angolo.* B A C. *che è eguale all'angolo.* B L C. *per la 21. del 3. La onde*



K 2 *se la*

se la linea. B T. *nella superiore figura sarà minore del mezzo diametro.* T C. *& starà ad angoli retti, non sopra la* D C. *ma sopra la.* G Z. *l'angolo.* C B D. *sarà maggiore dell'angolo.* G B Z. *Ma quelle cose, che sotto maggiore angolo sono uedute, appariscono maggiori, per la. 6. supp. adunq; il diametro.* D C. *apparirà maggiore del diametro.* G Z. *che è quanto si douea dimostrare, conforme alla dimostratione del Theorema 37. Il medesimo si può dimostrare anco di ogn'altra figura rettilinea di angoli pari come delli quadrangoli, de' sess'angoli, degl'ottangoli, & uniuersalmente tutto quello, che si è detto de' cerchi, si puote applicare alle figure Poligonie di angoli pari.*

Il Fine della Prospettiua di Euclide.

GLI SPECCHI DI EVCLIDE;

Cioè quella parte della Prospettiua, che dimostra i varij effetti degli specchi.

Tradotta da Maestro Egnatio Danti, Cosmografo del Gran Duca di Toscana.

SVPPOSITIONE PRIMA.

Presuppongasi, che il Raggio uisuale sia una linea retta, della quale i mezzi cuoprono gli stremi.

NELLA *prima suppositione della prospettiua si è detto che cosa sia raggio uisuale. Hor che i suoi mezzi cuoprino le sue estremità, resta chiaro; poiche la linea uisuale appresso de' prospettiui ha larghezza, & grossezza, non considerando eglino, se non quelle cose, che sensatamente uedono, come nella prima suppositione della prospettiua si è dichiarato. Oue si mostrò anco, che le cose uisibili si uedono per retta linea, che è quanto nella seconda suppositione si contiene.* M. Egnat.

SVPPOSITIONE SECONDA.

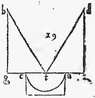
Ogni cosa uisibile, si uede per retta linea.

SVPPOSITIONE TERZA.

Se lo specchio si collocherà in un piano, sopra il quale

stia à piombo qualche altezza, la ragione, che harà la li-nea intrapresa fra quel, che mira, & lo specchio, alla linea, che è fra lo specchio, & la gia detta altezza, harà anco l'altezza di quel, che mira, all'altezza della cosa eleuata à piombo, sopra il piano, nel quale è lo specchio.

M. Egnat. PER dichiaratione di questa suppositione intendasi, che il piano sia la. G Z. nel quale stia lo specchio. C A. et la. B G. sia l'altezza, che stia à piombo sopra il piano. G Z. & l'altezza di quel, che mira sia la. D Z. Si suppone, che la ragione, che ha la. Z T. distantia, che è fra i piedi di quel che mira, & lo specchio; alla. T G. distantia, che è fra lo specchio, & la detta altezza, harà anco la. D Z. altezza di quel che mira, alla. G B. altezza, che stà à piombo sopra il piano. G Z. Questa suppositione è necessaria al primo Theorema nel quale si dimostra, che l'angolo della incidētia è eguale all'angolo del la reflessione. Il che fino à hora non si uede essere stato dimostrato da nessuno, senza supporre la proportionalità delle sopradette linee. Se bene il Larisseo dice, ciò dimostrarsi da Herone, non è perciò tal dimostratione peruenuta alla notitia de' nostri tempi, Bene è uero, che da Tolomeo nel Theorema 45. del primo lib. degli specchi, & Alazeno nella prop. 10. & 18. del 4. libro, & Vitellione nella propositione 12. 13. 14. 15. 16. 17. & 20. del quinto libro uadino conistrumenti, & ragioni naturali piu tosto dichiarando, che dimostrando cio essere uero. La onde Euclide principe de' Geometri, conoscendo con la sperienza degli strumenti esser uero, che i raggi si reflettono negli specchi ad angoli pari, et non si potere ciò dimostrare. Geometricamente, uolse, che si supponesse come principio certo, et indemostrabile, la egualità della ragione, che è fra le linee. Z T. & . T G. & le. D Z. & . B G.



S. 4. APPARENZA PRIMA.

Se l'occhio si porrà in quel punto dello specchio piano oue per-

oue percuote à piombo la linea, che uiene dalla cosa uisibile, detta cosa non si potrà uedere.

APPARENZA da' Greci è detta Τὸ φαινόμενον. Et perche in questa quarta suppositione, & nelle tre seguenti si suppone quel, che si uede apparire à gl'occhi nostri, però dall'Autore sono chiamate apparenze; Delle quali questa prima, con la seconda, & la terza sono per se stesse chiare. Cōciosia che, se l'occhio sarà posto in quel pūto oue casca la linea, che dalla cosa ueduta ua allo specchio piano perpendicularmēte (che è la medesima che quella, che dalla cosa ueduta ua al centro dello specchio tondo, ò concauo) non si potrà uedere, perche l'occhio terrà, che nō si impronti nello specchio occupandoli il luogo, poiche le cose che si uedono negli specchi, non si uedono per quella linea, con la quale si improntono, ma nel concorso di detta linea et del raggio, che esce dall'occhio per il Theo.16. eccetto però quādo il raggio, si riflette in se stesso, come si uedrà nel Theorema secondo, perche in quel caso la linea della incidentia, & della riflessione è tutt'una. M. Egnat. †p la 16. del 3.

S. 5. APPARENZA SECONDA.

Negli specchi rotondi, se l'occhio si porrà in quel luogo oue passa la linea, che partendosi dalla cosa uisibile, ua al centro dello specchio, detta cosa, non si potrà uedere.

DI questa, & della seguente apparenza è la medesima ragione, che della precedente, perche quella linea, che ua al centro della palla fa sopra la superficie di quella angoli pari, tanto nella parte rotonda, quanto che nella concaua, per la 16. del terzo essendo gl'angoli del contatto tutti eguali. M. Egnat.

S. 6. APPARENZA TERZA.

Il medesimo auuiene negli specchi concaui, che auueniua ne' conuessi, ò rotondi, che dir uogliamo.

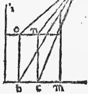
S. 7. APPARENZA QVARTA.

Se si porrà qual si uoglia cosa, nel fondo d'un uaso, &

poi si

poi si discosti tanto dall'occhio, che la cosa gia detta non si veda piu, dico che tal cosa si potrà uedere in questo luogo, se il uaso si empierà d'acqua.

QVANTO la sperienza ci propone nella presente apparenza, si manifesta in questa figura, nella quale. i m. sia il uaso, &c. b c. sia la cosa, che è posta nel fondo di quello, & si discosti tāto dall'occhio. a. che i raggi uisuali. a b. &c. a c. impediti dal uaso, non la possino uedere; Poi empisi il uaso d'acqua fino alla. o n. & cosi la. b c. si uedrà per i raggi rotti. a n c. &c. a o b. che si rompono nella superficie dell'acqua. o n. che prima p i raggi retti. a b. &c. a c. nō si potea uedere.

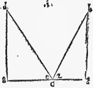


Il Fine delle suppositioni.

THEOREMA PRIMO.

I raggi uisuali si riflettono ad angoli pari, tanto negli specchi piani, come anco ne' rotondi, & ne' concaui.

SIA l'occhio nel punto. b. & lo specchio piano sia. a g. & esca dall'occhio il raggio. b c. che si rifletta nel punto. d. dico che l'angolo della reflessione. e. è eguale all'angolo della incidenzia. z. Imperoche, tirinsi le due linee à piombo. b g. & .d a. sopra lo specchio. a g. Et sarà la. b g. alla. g c. come è la .d a. alla. a c. (per la terza suppositione) per il che il triangolo. b g c. sarà simile al triangolo. d a c. tal che l'angolo. e. sarà eguale all'angolo. z. essendo i triangoli simili di angoli eguali.†



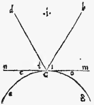
† per la prima diff. del sesto.

ANNOTATIONE.

M. Egnat. *L'ANGOLO della INCIDENTIA è quello, che è compreso dalla*

dalla superficie dello specchio. A G. *& dalla linea, che esce dall'occhio.* B. *& ua à ferire nel punto.* C. *dello specchio, che sarà l'angolo* B C G. *& quello della reflessione è.* D C A. *compreso dalla superficie dello specchio.* A G. *& dalla linea, che dal punto.* C. *si reflette nel punto.* D. *Il punto della incidentia è la.* C. *doue percuote il raggio.* B C. *& q̃llo della reflessione è la.* D. *pũto doue si reflette il raggio.* C D.

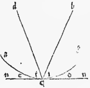
DIMOSTRATIONE NELLO SPECCHIO ROTONDO.



SIA lo specchio rotondo la. a c g. & il raggio uisuale sia. b c. che si rifletta nel punto. d. dico che l'angolo della incidẽtia. o l. è eguale all'angolo della reflessione. e t. perche se io porrò uno specchio piano nella linea. n m. di maniera, che tocchi lo specchio tondo nel punto. c. l'angolo. t. sarà eguale all'angolo. l. † Ma l'angolo. e. è eguale all'angolo. o. † perche lo specchio. n m. piano tocca lo specchio. a c g. rotondo; Onde tutto l'angolo. t e. sarà eguale à tutto l'angolo. l o.

† p la precedẽte
† p la 16. del 3.

DIMOSTRATIONE NELLO SPECCHIO CONCAVO.



SIA lo specchio concauo. a c g. & il raggio uisuale sia. b c. che si rifletta nel punto. d. dico, che l'angolo. t. è eguale all'ãgolo. l. Impercioche, ponendoui lo specchio piano. m n. sarà eguale l'angolo. t e. all'ãgolo. l o. † Ma l'angolo. e. è eguale all'angolo. o. † Onde il rimanente angolo. t. sarà eguale al rimanente angolo. l.

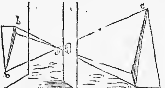
† per la prima parte di questa.
† p la 16. del 3.

ANNOTATIONE.

PER *maggiore chiarezza di questo primo Theo. uoglio addurre una mirabile sperienza, che si uede della reflessione de' raggi negli* M. Egnat.

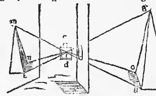
L *specchi*

specchi piani, & insieme mostrare il modo di fare uno strumento per uedere stando serrato in camera tutto quello, che si fa fuori in piazza. Si deue adūq; fare un bugio rotōdo nel legno della finestra della camera, che sia grande quāto una cratia poco piu, ò meno, et tal grādezza si osserui dalla banda di dentro, perche di fuori di uerso la piazza, ò strada questo bugio si deue ire allargando nella grossezza del legno in forma di piramide, & quanto piu sarà sinussato, & allargato, tanto piu cose si potranno per quello uedere. Fatto questo serrisi questa, & ogni altra finestra della camera di maniera, che in q̄lla nō entri altra luce, che per q̄l picciol bugio. Et subito uedrai nella facciata del muro, che è all'incontro della finestra, dipinto di colori proprij tutto quello, che di fuori si può uedere per quel bugio, & è cosa marauigliosa che si uedrāno anco gli uccelli uolar per l'aria, & le nugole dipinte caminare nella dipintura, come fanno in cielo, & le imagini delle persone, che passono per la piazza. Si deue auuertire, che all'incontro della finestra fa mestieri, che il muro sia bianco, & pulito, accio ui si possino improntare le imagini, che uengono di fuori per il picciolo bugio dalle cose uedute, ma quando il muro fosse impedito, si potrà stenderui un lenzuolo bianco, che farà il medesimo effetto; Inoltre bisogna che il Sole non percuota nel detto bugio, perche disgregheria i raggi uisuali, ma si bene percuota nelle cose da uedersi, acciò i raggi imprimino i colori piu gagliardamente dentro nel muro della stanza. Terzo si deue auuertire che tutte le cose, che si uedranno riflesse nel detto muro saranno uolte sotto sopra; del che ne sono cagione i raggi, che uanno à percuotere nel muro à retta linea, & quelli che si muouono di sotto percuotono da capo il muro, & quelli di sopra da' piedi, & li destri alla sinistra, & li sinistri alla destra, come si scorge nella presente figura, nella quale si uede la piramide, che è fuori, riportata da' raggi per il bugio nella parte del muro sotto sopra, perche il raggio, che esce dalla punta della piramide. C. et passa per il bugio riporta la punta di detta piramide nel muro nel punto. O. & così li raggi, che escono dalla basa. A. caminando per retta linea, la riportono nel punto. B. & il medesimo auuiene di tutte l'altre cose, che per i raggi, che passono per il bugio



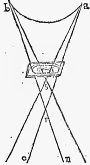
sono

sono riportate sotto sopra. Hor se uorremo, che l'imagini tornino per il uerso loro, metteremo uno specchio sotto il bugio dentro alla finestra come nella presente figura si uede lo specchio. C D. *auanti il bugio, nel quale percuotēdo il raggio.* A C. *che esce dalla punta della piramide si riflette ad angoli pari, & riporta detta punta nel muro al punto.* M. *cosi i raggi, che escono da' punti.* G. *&*



.O. *della basa riflettendosi ad angoli pari si improntono ne' punti del muro.* N L. *La onde la piramide.* L N M. *cagionata da' raggi, che nello specchio percuotendo si riflettono, & non caminono rettamente, uien figurata per il uerso suo come sta quella, che la cagiona. E ben uero, che queste imagini, che sono cagionate da' raggi reflessi non si uedono cosi scolpite, ne di si uiui colori, come fanno quelle, che da' raggi retti sono causate. Perche i raggi uisuali reflessi, sono piu debili, che non sono i retti; Et di qui nasce, che noi non ci ricordiamo dell'imagine del nostro uiso, che uediamo nello specchio, come ci ricordiamo delle imagini degl'altri, perche la nostra la uediamo co' raggi reflessi, che non imprimono nella memoria, come fanno i raggi retti, co' quali uediamo il uiso degl'altri. Et questo intese S. Iacopo nel primo cap. della sua Epistola quando disse. Si quis auditor est uerbi, & non factor: hic comparabitur uiro consideranti uultum natiuitatis suæ in speculo; considerauit enim se, & abiit, & statim oblitus est, qualis fuerit. Resta hor solo à dire, che quanto il muro sarà piu uicino ò lontano dal bugio tanto sarà maggiore, ò minore la cosa rappresentata, perche se il muro fosse tanto lontano dal bugio, quanto di fuori è lontana la piramide, quella rappresentata saria eguale alla uera, & ciò si proua per la 15. del primo, perche gl'angoli opposti nelle punte, che percuotono nello specchio sono eguali, hor se i due lati di un triangolo sono eguali à due lati dell'altro triangolo, anco la basa, che è l'altezza d'una piramide sarà eguale all'altra basa, che è l'altezza dell'altra piramide, per la quarta del primo; Da questa sperienza, si scuopre anco la cagione, onde proceda, che i raggi del Sole, che entrono per i bugi delle finestre, che hanno piu faccie, & piu angoli, gli uediamo in terra di forma rotonda. Perche tale è la natura delle cose, che da' raggi sono riportate secondo la forma loro come*

appare nella piramide, che essendo di figura lunga è riportata per quel bugio tondo; Il medesimo accade al Sole, perche partendo i raggi, da ogni punto della sua circonferenza, uanno à ferire quel bugig in forma di piramde, come nella presente figura si uede, supponendo, che la circonferenza. A B. *sia il sole dalla quale escono i raggi, che in forma di piramide uanno à ferire il bugio angolare, intersegādosi insieme nel punto.* R. *cominciono poi ad allargarsi, & uanno à percuotere in terra facendo un cerchio, che è basa del Cono.* O R N. *Et con tutto, che il bugio per il quale passa il sole, sia di figura quadra, egli non dimeno percuote in terra di figura rotonda. Et quanto il bugio è minore tanto il sole fa in terra maggior raggio, perche i raggi.* A O. & B L. *che passono per il maggior bugio, & si intersegono insieme nel punto.* R. *fanno in terra il raggio.* O L *minore del raggio, che fanno quei, che passono per il bugio piccolo, & si intersegono nel punto.* S. *il quale essendo piu lontano dal paumento, che non è l'angolo.* R. *seguirà, che i lati.* R O. & R N *saranno minori degl'altri due lati, che uscendo dal punto.* S. *uanno al pauimēto. Ma l'angolo.* R. *è eguale all'angolo.* S. *(pche gl'angoli opposti nel rombo sono eguali, & cosi quelli, che si toccono nelle punte per la* 15. *del primo) onde la basa.* O L. *sarà minore della basa fatta dall'altre due linee. Et questo ci ha dimostrata la sperienza in un bugio fatto nel la soglia della finestra di uerso mezzo dì della lanterna, della cupola di santa Maria del Fiore di Firenze da M. Paolo Toscanella, per il qual bugio passando il sole il giorno del solstitio, fa nel pauimento un raggio d'una certa quantità; Hor uolendo alcuni far, che quel raggio in terra fosse minore, fecion il bugio minore assai di quel che egli era, & ueddono, che fece contrario effetto, perche faceua maggior raggio assai, che prima, per le ragioni sopradette.*

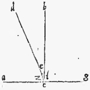


THEOREMA SECONDO.

Se il raggio uisuale cascando sopra qual si uoglia specchio, nel punto della incidentia farà angoli pari, si refletterà

fletterà in se stesso.

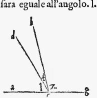
SIA la. a c g. lo specchio stia nel piano, & l'occhio stia nel punto. b. dal quale esca il raggio. b e. che faccia sopra lo specchio angoli eguali, cioè l'angolo. z e. eguale all'angolo. l. Dico che riflettendosi il raggio. b c. si rifletterà, & ritornerà in se stesso, cioè nel. b. punto dell'occhio. Il che non essendo così riflettisi se è possibile nel puuto. d. Hor perche i raggi si riflettono ad angoli eguali, † l'angolo. z. sarà eguale all'angolo. l. ma gia si è detto che l'angolo. z e. è eguale all'angolo. l. adunq; l'angolo. z e. sarà eguale all'angolo. z. il maggiore al minore, il che è impossibile. Adunque il raggio. b c. si riflette in se stesso. Questa medesima dimostratione si puote accomodare ancora à gli specchi rotondi, & concaui. † p la precedẽte.



THEOREMA TERZO.

Il raggio uisuale, cascando sopra qual si uoglia specchio, & facendo angoli ineguali, non si riflette in se stesso, ne manco uerso il minore angolo.

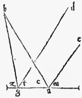
SIA lo specchio piano la. a c g. & il raggio. b c. percuotendoui sopra, faccia l'angolo. z. maggiore dell'angolo. l t. Dico, che riflettendosi il raggio. b c. non si riflette in se stesso ne mã co di uerso l'angolo. l t. Perche riflettendosi in se stesso cioè nella. b c. l'angolo. z. sarà eguale all'angolo. l t. il che è falso, perche l'angolo. z. si è posto maggiore dell'angolo. l t. Ma se si rifletterà nel punto. d. l'angolo. z. sara eguale all'angolo. l. che gia si è posto maggiore. Per il che il raggio. b c. si refletterà uerso l'angolo maggiore, che è nella. z. auuenga, che dall'angolo maggiore, si potra tagliare vn angolo eguale al minore. † Nel medesimo modo si può dimostrare negli specchi rotondi, & concaui. † per la 23. del primo.



THEO

THEOREMA QVARTO.

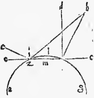
I raggi, che ſi riflettono negli ſpecchi piani, & tondi, non concorrono inſieme, ne manco ſono paralelli.



Sia lo ſpecchio piano la. a g. & l'occhio ſtia nel punto. b. dal quale uſcẽdo i raggi. b g. &. b a. ſi riflettino nella. g d. &. a e. i quali due raggi dico, che non ſaranno paralelli, ne mãco diſteſi diuerſo le parti. d e. ſi congiugneranno inſieme. Et eſſendo eguale l'angolo. z. all'angolo. t. & l'angolo. c. all'angolo. m. & l'angolo. z. eſſendo maggiore dell'angolo. c. perche è l'angolo eſteriore del triãgolo. b a g. † ſeguirà che l'angolo. z. ſia maggiore anco dell'angolo. m. che è eguale all'angolo. c. Per il che i raggi refleſsi. g d. &. a e. non ſono paralelli, ne meno concorrono inſieme, uerſo le parti. d e.

† per la 32. del primo.

DIMOSTRATIONE NELLO SPECCHIO ROTONDO.



Sia lo ſpecchio rotondo. a i z g. & l'occhio ſtia nel punto. b. dal quale uſcendo i raggi. b z. &. b l. ſi riflettino nelle. z d. &. i e. i quali dico, che non ſono paralelli, ne meno ſi poſſono congiugnere nelle parti. e d. Tiriſi la linea. i z. & ſi diſtenda da ogni banda fino à' punti. o c. Hor perche l'angolo. b z g. è eguale all'angolo. d z l. † perche gl'angoli ſi riflettono ad angoli pari, ſeguirà, che l'angolo. d z m. ſarà maggiore dell'angolo. b z c. & l'angolo. b z c. ſarà maggiore dell'ãgolo. b i m. & l'angolo. b i m. è maggiore dell'angolo e i a. perche l'angolo. b i l. è eguale al l'angolo. e i a. † Onde l'angolo. d z m. ſarà molto maggiore del l'angolo. e i o. p il che i raggi. z d. &. i e. nõ ſarãno paralelli, ne meno concorrerãno congiugnẽdoſi inſieme nelli pũti. e d.

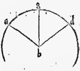
† per il pri. The.

† p il pri. The.

THEO

THEOREMA QVINTO.

Se nello ſpecchio concauo l'occhio ſarà collocato nel centro, ò nella circonferenzà, ò uero fra il centro, & la circonferenza, i raggi refleſſi concorreranno, & ſi congiugneranno inſieme.



Sia lo ſpecchio concauo. a g d. & il centro della palla della quale è parte lo ſpecchio concauo ſia la. b. nel qual punto ſtia l'occhio, & da eſſo eſchino i raggi. b a. b g. b d. che uadino fino alla circonferenza, & gl'angoli fatti da detti raggi, & dalla circõferenza ne' punti. a g d. ſaranno eguali eſſendo angoli de' mezi cerchi. † Onde i raggi. b a. b g. b d. che dall'occhio uanno allo ſpecchio ſi rifletterãno in ſe ſteſsi, come ſi è dimoſtraro, † per il che concorreranno nel punto. b. † p la 16. del 3. † nel Theo. 3.

SE L'OCCHIO STARA NELLA CIRCONFERENZA DELLO SPECCHIO.

Sia lo ſpecchio concauo. a g t b. & l'occhio ſia il punto .b. nella circonferenza dello ſpecchio, & dall'occhio. b. eſchino i raggi. b a. &. b g. che ſi rifletti no ne' punti. d. e. Et perche il pezzo di cerchio. a g b. è maggiore del pezzo. b t g. l'angolo. b a g. ſarà maggiore dell'angolo. b g t. †Per il che l'angolo. e a i. ſarà maggiore dell'angolo. d g a. per il primo Theorema. Et li due angoli. b a g. &. e a l. ſono maggiori delli due angoli. b g t. &. d g a. † p la 31. del 3.

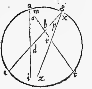


Onde il rimanente angolo. b a e. ſarà minore dell'altro angolo. d g b. & molto minore dell'angolo. d n b. La onde i raggi refleſsi. g d. &. a e. concorreranno uerſo il punto, z. & il medeſimo

desimo si mostrerrà stando l'occhio fuor della circonferenza, come si uede nel seguente Theorema.

THEOREMA SESTO.

Se l'occhio sarà posto fra'l centro, & la circonferenza dello specchio concauo, i raggi reflessi alle uolte concorreranno, & alle uolte no.



Sia lo specchio concauo. a g. il cui centro sia il punto. d. & l'occhio stia nella. b. infra'l centro, & la circonferenza dello specchio, & i raggi uisuali sieno. b a. b g. che si riflettino ne' punti. i. & .z. & questi raggi si stendino fino allo specchio & sieno. a t. g c. Et sarà il raggio. a t. ò maggiore, ò minore, ò eguale al raggio. g c. Hor se il raggio. a t. sarà eguale al raggio. g t. anco la circonferenza. a g t. sarà eguale alla circonferẽza. g a c. Per il che l'angolo. m. sarà eguale all'angolo. x. essendo, che gli angoli, che sono ne' pezzi de' cerchi eguali, sono fra di loro eguali † Et anco i due angoli. m. & l. saranno eguali a' due angoli. n. &. x. per conto della egualità degli angoli della reflessione, & della incidentia † Per il che & il rimanente angolo. o. sarà eguale al rimanente angolo. p. Adunq; l'angolo. r. sarà maggiore dell'angolo. o. Er perche l'angolo. r. è maggiore dell'angolo. p. (essendo l'. r. angolo esteriore del triangolo. b g r. †) & l'angolo. p. è maggiore dell'angolo. o. adunq; l'angolo. r. sarà maggiore dell'angolo. o. Aggiunghisi hora. o r z. angolo comune, & uedrasi che i raggi. g z. &. a i. concorreranno uerso le parti .i. &. z. Il medesimo auuerrà se il raggio. a r. sarà maggiore del raggio. g c. perche i due angoli. l. &. m. saranno maggiori de' due angoli. n. &. x. Et per questo l'angolo. p. sarà maggiore dell'angolo. o. & anco l'angolo. r. sarà maggiore del detto angolo. o. Ma se il raggio. a t. sarà minore del raggio. g c. per la medesima ragione, l'angolo. o. sarà maggiore dell'angolo. p. perche l'angolo. r. è maggiore dell'angolo. p. † perche nessuna co-

† per la 10. diffinitione del 3.

† per il pri. the.

† per la 16. del primo.

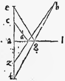
† per la 16. del pri.

una cosa prohibisce, che l'angolo. r. non possa essere eguale, ò minore all'angolo. o. Il che essendo così, i raggi. g z. &. a i. non concorreranno, ò sia la circonferenza. a g t. maggi ore del la circonferenza. g a c. ò gli sia eguale in ogni modo i raggi re flessi concorreranno fra la circonferenza, & il centro, & non di fuori, ò in essa circonferenza.

THEOREMA SETTIMO.

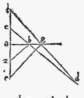
Negli specchi piani l'altezze, & le profondità appa riscono al contrario.

Sia l'altezza. a e. & lo specchio piano. a l. & l'occhio nel punto. b. dal quale eschino i raggi. b g. & b d. & si riflettino ne' punti. e. &. c. & uedrassi, che se i raggi. b d. &. b g. si stenderanno in lungo, che il pūto. e. che è su alto, apparità giu à basso nel punto. t. & la. c. che è giu à basso ap parirà sù alto, nel punto. z. Per il che appariranno al contrario.



DIMOSTRATIONE DELLA PROFONDITA.

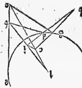
Sia di nuouo la profondità. e a. & lo specchio piano sia. a g. & l'occhio il punto. d. & i raggi, che escono dall'occhio sieno. d g. d b. & si ri flettino ne' punti. e. &. z. & uedrassi come nella precedente si è dimostrato, che essendo allungati i raggi. d b. &. d g. fino à' punti. t. &. c. che il punto. e. che è nel profondo, appa rirà il piu altò nel punto. t. & il punto. z. che era piu alto, apparirà piu basso nel punto. c.



THEOREMA OTTAVO.

L'altezze, & le profondità negli specchi rotondi, ap parisćono

pariſcono à roueſcio.

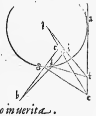


SIA l'altezza la. t e. & lo ſpecchio rotondo, ſia. a d g. & i raggi. b d. & .b g. che ſi riflettino ne' punti. e. & .t. Et perche gia ſi è dimoſtrato † che i raggi refleſsi. g e. &. d t. non poſſo no concorrere di uerſo i punti. e. & .t. il reſto dimoſtriſi come negli ſpec chi piani ſi è dimoſtrato. †

† nel Theore. 3.

† nella pcedēte.

DIMOSTRATIONE DELLA PROFONDITÀ

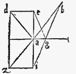


SIA la profondità. t e. & lo ſpec chio rotondo ſia. a d g. & l'occhio ſia nel punto. b. & i raggi refleſsi ne' punti. e. &. t. ſieno. b g e. &. b d t. & il reſtāte ſi dimoſtri come degli ſpec chi piani ſi è dimoſtrato. †

† nella pcedēte.

THEOREMA NONO.

Le lunghezze oblique, appariſcono negli ſpecchi piani, come ſono in uerità.



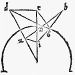
SIA l'occhio nel punto. b. & la lunghezza poſta obliquamente, cio è paralella all' Orizonte, ſia. d e. & lo ſpecchio piano. a g. & uedraſsi, che per i raggi refleſsi, il punto. d. appariſce nel punto. a. & il punto. e. nel punto. g. nel medeſimo ſito nel qua le ſtanno ueramēte, perche quello, che è piu uicino, appariſce piu appreſſo, & il piu remoto appariſce piu lontano.

THEOREMA DECIMO.

Le lunghezze oblique negli ſpecchi rotondi appariſcono nel

no nel medesimo sito, come in uerità sono.

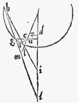
SIA la lunghezza obliqua, cioè paralella all'Orizõte. e d & l'occhio sia nel punto. b. & lo specchio rotondo sia. a g. & i raggi b g. &. b a. si riflettino ne' punti. e. &. d. & il restãte si concluda nel medesimo modo, come si è fatto nella precedente dimostratione.



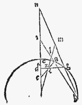
THEOREMA VNDECIMO.

L'altezze, & le profondità, che negli specchi concaui stanno dentro al concorso de' raggi, appariscono à rouescio, come negli specchi piani. Ma quelle, che sono fuori del detto concorso, appariscono come ueramente sono.

SIA lo specchio concauo. a g. & l'occhio il punto. b. & i raggi reflessi sieno. b a. &. b g. che concorrino nel punto. z. & sieno due altezze. c n. &. d e. delle quali la. c n. sia dentro al concorso de' raggi, che fanno nel punto. z. cioè la. c n. sia fra il punto. z. & la circonferenza dello specchio concaua, & l'altezza. d e. sia fuora del detto concorso de' raggi. Onde allungando i raggi uisuali come negli specchi piani, & rotondi si è fatto, apparirà il punto. c. nel punto. m. & il punto. n. nel punto. l. Per il che si uedranno à rouescio. Ma interuiene al contrario quando l'altezza. d e. è fuori del concorso de' raggi, perche apparisce il punto. d. nel punto. i. & il punto. e. nel punto. t. nel medesimo modo, che ueramente stanno.



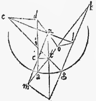
DIMOSTRATIONE DELLA PROFONDITA.



PIGLINSI di nuouo due profondità. d e. &. c t. & lo specchio concauo sia. a g. & l'occhio il punto .b. & i raggi reflessi sieno. b g d. & .b a e. che concorrino nel punto. z. i quali se saranno allungati, i punti .t. &.c. appariranno al rouescio, per che il punto. c. apparirà nel punto. l. & il punto. t. nel punto. m. come apparirà negli specchi piani, & ne' tondi. Ma al contrario li punti. d e. appariranno nel medesimo modo, che stanno, perche il punto .c. inferiore apparirà nel punto. i. & il punto. d. superiore apparirà nel punto. n.

THEOREMA DVODECIMO.

Le lunghezze oblique poste infra'l concorso de' raggi negli specchi concaui, appariscono come sono. Ma quelle che son fuori del concorso, appariscono à rouescio.



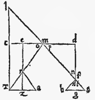
SIANO le lunghezze oblique. e d. &. t c. lo specchio concauo sia. a g. & l'occhio il punto. b. & i raggi reflessi. b a d. &. b g e. che concorrino nel punto. i. & sia la lunghezza obliqua. c t. dentro al concorso de' raggi nel pũto. i. ma l'altra lũghezza obliqua. d e. sia fuori del detto concorso; & così i punti. t c. si uedrãno nel lor natural sito, come negli specchi piani, & rotõdi si uedeuano. Ma li punti. d e. si uedranno à rouescio, perche il punto. d. apparirà nel punto. a. & il punto. e. nel punto. g.

THEO

THEOREMA TERZODECIMO.

La medesima cosa si puo uedere con piu specchi piani.

Sia la cosa uisibile il punto. a. & l'occhio il punto. b. & le. g d. d e. &. e z. sieno tre specchi, & si tiri una linea perpendiculare dal punto. b. fino allo specchio. g d. che sia la. b g. al la quale si facci eguale la. g s. In oltre tirisi dal punto. a. fino allo specchio. z e. la perpendiculare. a z. alla quale si facci egua le la. z t. & dal punto. t. si tiri la per pendicolare. t c. fino allo specchio. d e. & la. c l. sia eguale alla. t c. & dal punto. l. fino al punto. s. si tiri la linea retta. l m s. & dal punto. m. fino al punto. t. si tiri la linea retta. m r t. tirando le linee rette. a t. &. b f. Hor perche la retta linea. b g. è eguale alla linea retta. g s. & gli ango li che sono al púto. g. sono posti retti & le due linee. b g. &. g f. sono eguali alle due linee. s g. &. g f. ciascuna alla sua. In oltre l'angolo retto. b g f. è eguale all'an golo retto. s g f. onde gli altri angoli saranno eguali agli altri angoli rimanenti, cioè l'angolo. b. all'angolo. s. & l'angolo. x. all'angolo. t. † Ma l'angolo. t. è eguale all'angolo. n. perche ciascun di loro è attorno la punta de' triangoli † onde l'angolo. n. sarà eguale all'angolo. x. dal che nasce che il raggio. b x. si resietterà uerso il punto. m. In oltre perche la. t c. è eguale alla. c l. & gli angoli, che sono nel púto. c. son posti tet ti l'angolo. o. sarà eguale all'ãgolo. p. † Adunq; il taggio. b x m. si riflette al punto. r. & per la medesima ragione il medesimo raggio dal punto. r. si riflette al punto. a. essendo che l'an golo. z r a. è eguale all'angolo. e r m. Il che si può dimostrare nel medesimo modo, che degli altri angoli si è dimostrato. La onde il raggio che esce dall'occhio. b. uede il punto. a. con li tre specchi piani. g d. d e. &. e z.



† p la 4. del pri.

† p la 15. del pri.

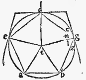
† per la 4. & p la. 15. del pri.

THEOREMA QVARTODECIMO.

Accio si possa uedere là medesima cosa per quanti si uoglia

si uoglia specchi piani fa mestieri descriuere una figura rettilinea di lati, & di angoli eguali, che ecceda il numero degli specchi di due lati.

Sia la cosa uisibile il punto. a. & l'occhio stia nel punto .b. & si tiri la retta linea. a b. sopra la quale si descriua la figura rettilinea equilatera, & equiangola, che habbi due lati piu, che non è il numero degli specchi, & sia la figura. a b g d e. attorno la quale si descri- † p la 14. del 4. ua un cerchio † il cui centro sia il pũto. t. dal quale si tirino le linee rette .t g. t e. t d. t b. t a. che uscendo dal centro uadino à gli angoli della figura; & si ponghino gli specchi piani talmente, che faccino angoli retti con le linee, che escono dal centro. hor perche l'angolo. z l. è eguale all'angolo. c n. essendo l'uno, & l'altro retto, † perche il pentagono è equiangolo. & l'angolo. n. è eguale all'angolo. l. † seguirà, che l'angolo. z. sia eguale all'angolo. c. Per il che la reflessione del raggio. b g. si farà dal punto. g. al punto. d. perche le reflessioni si fanno con angoli eguali. † Nel medesimo modo si dimostrerrà, che † p il pri. Theo. gli angoli, che sono ne' punti degli specchi. d e. son tra di loro † p la 18. del 3. eguali. † Onde il raggio, che esce dall'occhio. b. poiche harà percosso in ciascuno degli specchi reflettendosi, tornerà nel punto. a.



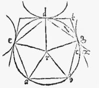
THEOREMA QVINTODECIMO.

La medesima cosa si può uedere per quanti si uoglia specchi rotondi, ò concaui.

Sia la cosa uisibile il punto. a. & l'occhio il punto. b. & si descriua, come si è fatto nella precedente, la figura rettilinea di lati, & di angoli eguali. a b g d e. & ne' punti. g. d. e. si ponghino gli specchi in que' luoghi ne' quali e' raggi, che escono dall'occhio, percuotono nelli specchi. Essendo adunq; eguale † p la 16. del 3. l'angolo. z. all'angolo. t. † & l'angolo. c. all'angolo. l. tutto l'angolo. c z. sarà eguale à tutto l'angolo. t l, onde il raggio. b

g. si

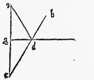
g. si rifletterà dallo specchio rotondo. g. nello specchio rotondo. d. & dallo specchio. d. allo specchio rotõdo. e. & dallo specchio. e. nel punto .a. che è la cosa visibile. Dal che è manifesto esser possibile, che la medesima cosa si uegga per quãti si uoglia specchi, ò sieno tutti rotondi, ò tutti concaui, ò mescolati insieme.



THEOREMA SESTODECIMO.

Ciascuna cosa uisibile negli specchi piani, si uede nella linea perpendicolare, tirata dalla cosa uisibile, fino allo specchio.

SIA lo specchio piano. g d. & l'occhio sia il punto. b. & la cosa uisibile il punto. a. & dalla. a. cosa uisibile si tiri fino al lo specchio la perpendicolare. a g. HOr perche nella prima apparenza si è posto, & cõcesso, che il punto. a. nõ si possa uedere dall'occhio posto nel punto. g. seguirà che il punto. a. si ueghi in qualche pũto della linea. a g. tirata, & distesa in lungo, si uedrà anco da qualche punto del raggio uisuale. b d. tirato, & disteso fino al punto. e. dal qual punto si uedrà la cosa uisibile. a. Et perche si è posto nella prima suppositione di questo libro, che quel raggio è retto, del quale i mezzi cuoprono gli estremi, i raggi. a e. &. b e. saranno retti.



ANNOTATIONE.

LA grandezza. A. *dall'occhio.* B. *non puote essere uista se non nel punto.* E. *perche douendo essere uista con il raggio.* B D. *retto, & douendo essere uista in un punto, che stia à piombo sotto la linea.* A. *dico, che bisognerà, che l'imagine dell'.* A. *sia uista nel concorso delle due linee rette.* A G, &. B D. *che sarà il punto.* E. *il quale sarà tanto* M. Egnat.

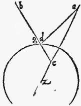
lontano

lontano dietro allo ſpecchio quanto la coſa uiſibile. A. è lontana dallo ſpecchio dalla banda dinanzi, come ſi dimoſtra nel Theorema decimonono.

THEOREMA DECIMOSETTIMO.

Negli ſpecchi rotondi qual ſi uoglia coſa uiſibile ſi uede nella linea retta, che dalla coſa uiſibile ua al centro dello ſpecchio.

Sia lo ſpecchio rotõdo. g d. & l'occhio ſia il punto. b. e'l raggio, che eſce dall'occhio. b d. il quale ſi rifletta nel punto .a. che è la coſa uiſibile, & la. z. ſia il cẽtro dello ſpecchio, del quale è parte. g d. & congiungaſi la retta linea .a z. ſtendendo il raggio uiſuale. b d. fino al punto. e. Hor perche nella ſeconda apparenza ſi è poſto che la. a. non ſi può uedere dall'occhio, che ſta nel punto. g. adunque la coſa uiſibile. a. ſarà uiſta in qualche punto della linea. a g. tirata, & diſteſa in lungo, cioè in quel punto oue il raggio .b d. diſteſo, & allungato rettamente, ſi congiugne con la linea. a g. che ſarà (come negli ſpecchi piani) il punto. e.



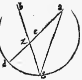
THEOREMA DECIM'OTTAVO.

Negli ſpecchi concaui, qual ſi uoglia coſa uiſibile ſi uede nella linea retta, che dalla coſa uiſibile ua al centro dello ſpecchio.

Sia lo ſpecchio concauo. g d. e'l raggio uiſuale che eſce dall'occhio. b g. che ſi rifletta alla coſa uiſibile. a. & il centro dello ſpecchio concauo ſia il punto. e. del quale è parte lo ſpeechio. g d. & congiunghiſi la linea. a e. ſtendendola à dirittura, hor perche nella terza apparenza ſi è poſto, che il punto .a. non ſi può ueder dall'occhio che ſtà nel punto. d. adunq;

l'imagine

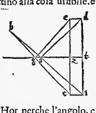
l'imagine della cosa uisibile. a. si uedrà in qualche punto della linea. a e. distesa, & allungata à dirittura il qual sarà il punto. z. oue la linea. a d. concorre, & si taglia col raggio. b g.



THEOREMA DECIMONONO.

Negli specchi piani le cose, che sono dalla destra, appariscono dalla sinistra, & le sinistre dalla destra, in oltre il simulacro apparisce eguale alla cosa uisibile, & è tanto lontano dallo specchio quanto è la cosa uisibile.

SIA lo specchio piano. a g. & l'occhio il punto. b. & i raggi uisuali siano. b a. &. b g. che si riflettino alla cosa uisibile. e d. dalla quale fino allo specchio si tirino le perpendicolari. e z. &. d r. & si distendino tanto che concorrino co' raggi uisuali. b g. &. b a. distesi, ne' punti. c. &. l. congiugnendo la linea retta. c l. & così il punto. e. apparirà nella. c. & la. d. nella. l. come si è mostrato nel sestodecimo Theorema, onde le cose sinistre appariranno destre, & le destre sinistre. Hor perche l'angolo. c g z. è eguale all'angolo. z g e. & gli angoli che son nel punto. z. sono retti, seguirà che la linea. c z. sarà eguale alla. e z.† & per la medesima ragione la linea retta. d t. sarà eguale alla. t l.† la onde la distanza che è fra la. e d. & lo specchio, è eguale alla distanza che è fra'l simulacro. c l. & lo specchio, in oltre la. e d. cosa uisibile è eguale al simulacro. c l.† essendo che la. e z. è eguale alla. z c. &. d t. alla. t l. alle quali stà ad angoli retti la. t z g.



† per la 26. del primo.

† per la 34. del primo.

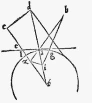
† per la 34. del primo.

THEOREMA VENTESIMO.

Negli specchi rotondi, le cose che sono dalla sinistra

appariſcono dalla deſtra, & le deſtre dalla ſiniſtra, & l'imagine è piu uicina allo ſpecchio, che non è la coſa viſibile.

SIA lo ſpecchio concauo. l a g. & il punto. t. ſia centro del la palla della cui è parte lo ſpecchio. l a g. & l'occhio ſia la. b. dal quale eſchino i raggi. b a. &. b g. che ſi rifletino nella coſa uiſibile. d e. & dal centro. t. fino alle. d e. ſi tirino le rette linee. t d. &. t e. & ſi ſtendino i raggi. b a. &. b g. fino a'pūti. z. &. i. & ſi tiri la retta linea. z i. che ſarà l'imagine della coſa uiſibile. d e. Onde la. d. apparirà nel punto. i. & la. e. nel pūto. z. & coſi le coſe deſtre appariranno ſiniſtre & le ſiniſtre deſtre. Dico in oltre, che è maggiore la. e l. che la. l z. Percioche ſi tiri per il punto. a. la linea retta. c a n. che tocchi il cerchio nel punto. a. † & perche la. b a. &. a e. fanno angoli eguali con la circonferenza del cerchio, per conto della egualità de gl'angoli della reflesſione; † & la detta linea. c a n. tocca il cerchio, adunq; taglierà l'angolo. e a z. per il mezzo *, & l'angolo. c. eſſendo ottuſo, ſeguirà che la. e c. ſia maggiore della. c z. per il che ſarà molto maggiore la. e l. che non è la. c z. onde il ſimulacro. z i. ſarà piu preſſo allo ſpecchio che non è la coſa uiſibile. e d. come anco nelli ſeguenti Theoremi ſi dimoſtrerrà.



† p la 17. del 3.

† p il pri. Theo.

ANNOTATIONE.

M. Egnat.

**CHE la linea. C N. che tocca il cerchio nel punto. A. tagli lo angolo. E A Z. per il mezzo, ſi proua coſi. Lo angolo. E A Z. & l'ágolo. B A N. ſono eguali p il primo Theorema ma lo angolo. B A N. è eguale all'angolo. C A Z. per la 15. del primo, adunq; lo angolo. C A E. ſarà eguale all'angolo. C A Z. per la prima commune ſentenza del primo. In oltre lo angolo. E C A. è ottuſo adunq; la linea. E C. è maggiore della. C Z. della qual coſa queſta è la pruoua. Lo angolo. E C A. è ottuſo adunque lo angolo. Z C A. ſarà acuto per la 13. del primo. Per il che la linea. E A. ſarà maggiore della. A Z. eſſendo all'incontro del maggiore angolo, per la 18. del primo. Hor la. E C. ha tal ragione à*

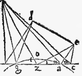
.C Z qua-

.e z. *quale ha.* e a. *alla.* a z. *per la* 3. *del sesto, ma.* e a. *è maggiore di.* a z. *adunq;.* e c. *sarà maggiore di.* c z..

THEOREMA VENTESIMOPRIMO.

Negli specchi rotondi, l'imagini sono minori delle cose uisibili.

Sia lo specchio rotondo. a o g.& l'occhio il punto. b. dal quale eschino i raggi. b a. b g. che si riflettino ne' punti. d. e. & cosi la cosa uisibile si uedrà nello specchio rotondo, sotto l'angolo. a b g. Pongasi hora sopra lo specchio rotōdo, lo specchio piano. g a. che tocchi i raggi. b a. &. b g. ne' punti. g. & .a. Il raggio, che si riflette sopra lo specchio piano per il quale si ha da uedere il punto. e. non sarà il. b a e. non facendo angoli eguali sopra lo specchio piano; ne manco si rifletterà al punto. e. da nessuno pūto, che sia fra'l punto. a.&. g. Reflettisi se è possibile,& sia il raggio. b z. sarà l'angolo. t. eguale all'angolo .i. della reflessione.† Ma l'angolo. t. è maggiore dell'angolo. n. & l'angolo .m. dell'angolo. i. † Per il che l'angolo. m. sarà maggiore dell'angolo. n. che è impossibile, essendo l'angolo. n. maggiore dell'angolo. m. perche l'angolo. n. è eguale à tutto l'angolo posto nella circonferenza, del quale è parte l'angolo. m. Onde il raggio che dallo specchio si riflette al punto. e. si rifletterà da qualche punto posto fuor della. a g. Riflettasi, & sia il raggio. b c e.& nel medesimo modo, il raggio. b l d. reflesso dallo specchio piano sarà fuori della. a g onde la imagine della. e d. si uede nello specchio piano sotto l'angolo. c b l. che è maggiore dell'angolo. a b g. sotto il quale si uede la medesima imagine nello specchio rotondo. Ma si è mostrato nel Theo. 19. che la imagine nello specchio piano si uede eguale alla cosa uisibile. Per il che resterà chiaro, che negli specchi rotondi la imagine si uedrà minore di qualla cosa uisibile dalla quale esce la imagine.



† p il pri. Theo.

† per la 16. del primo.

ANNOTATIONE.

M. Egnat. *Che il raggio. b a e. non faccia angoli pari sopra lo specchio piano. l c. è manifesto; perche l'angolo. b a i. è maggiore dell'angolo. b a o. & l'angolo. b a o. è eguale all'angolo. m. &. c. del quale l'angolo. m. (essendoparte) sarà minore, & molto minore dell'angolo. b a l. che gli douria essere eguale. Onde il raggio. b a e. che nello specchio tondo fa angoli pari nel punto. a. nello specchio piano farà angoli ineguali sopra il punto. a. & eguali nel punto. c.

THEOREMA VENTESIMOSECONDO.

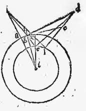
Negli specchi rotondi minori appariscono minori imagini.

Sieno due specchi rotondi attorno il medesimo centro. t. de' quali lo. a g. sia il maggiore, &. el. sia il minore, & l'occhio stia nel punto. b. & si congiunghi la linea retta. b at. & nel punto. g. dello specchio rotondo si rifletta il raggio. b g d. alla. b. cosa uisibile. Dico, che non è possibile, che il raggio, che dal minore specchio si riflette al punto. d. passi per il punto. g. del maggiore specchio, ne manco per nessuno altro punto posto fra la. g. &. z. Il che essendo possibile, caschi prima per il púto. g. sopra il púto. e. del minore specchio, & sia il raggio. b e d. Tirisi adunque la retta linea. t g. fino al punto. t. la qual linea segherà per il mezzo l'angolo. b g d. essendo che la. b g. &. g d. fanno sopra il punto. g. della circonferenza angoli pari per conto della reflessione † & per la medesima ragione la linea. t e z. taglierà per il mezzo l'angolo. b e d. Hor per che l'ágolo. b g d. è maggiore dell'ágolo. b e d. † & il suo mezzo angolo è maggiore del mezzo di questo. Onde l'angolo. b g i. sarà maggiore dell'angolo. b e z. del quale è anco minore, che è cosa impossibile. * Per il che nõ sarà mãco possibile, che il raggio, che dall'occhio ua allo specchio minore, & si riflette al punt. d. passi per il punto. g. Caschi hora il raggio. b l. fuori del punto. g. sopra il minore specchio, & si rifletta al punto. d. cosa uisibile, & seghi il detto raggio il maggiore specchio nel punto. z & il raggio, che esce dal punto. b. & percuote sopra lo specchio grande nel punto. z. & si riflette, sia il raggio

† p il pri. Theo.

† p la 16. del pri.

. b z c. il



.b ʒ c. il quale non cõcorrerà col raggio. g d. (come si è dimostrato nel Theorema 4.) ma col raggio. l d. nel punto. c. Per il che il raggio. b z c. reflesso da lmaggiore specchio guarda il pũto. c. & anco il raggio. b l c. reflesso dal minore specchio guarda il medesimo punto. c. il che si è mostrato di sopra nõ essero possibile. † Onde il raggio, che uscendo dall'occhio casca sopra lo specchio minore, & si riflette nel punto d. passerà per qualche punto posto fra la. g. & la. a. Et nel medesimo modo si dimostrerrà, che il raggio, che uscendo dall'occhio, & percuote nel minore specchio, & si riflette nel punto. d. non potrà cascare nel punto. g. ne meno fra il punto. g. & la. z. ma in qualche punto contenuto fra la. g. & la. a. la onde l'angolo. b. sotto il quale si uede la. d. cosa uisibile, è fatto minore dallo specchio minore, che dal maggiore, per il che la imagine della cosa uisibile nello specchio minore apparirà minore, che nel maggiore. †

† nasceria il medesimo incõueniẽte che de' mezzi angoli si è dimostrato.

† per la 6. supp. della prospet.

ANNOTATIONE.

M. Egnat.

*L'ANGOLO. B G I. *sarà maggiore dell'angolo.* B E Z. *del quale è anco minore. E minore perche l'angolo.* B G I. *è eguale all'angolo.* T G E. *per la* 15. *del primo. Ma l'angolo.* B E Z. *(per la 16 del primo) è maggiore dell'angolo.* T G E. *et però l'angolo.* B G I. *che è eguale all'angolo.* T G E. *sarà minore dell'angolo.* B E Z. *che è quello che uoleuamo prouare.*

THEOREMA VENTESIMOTERZO.

Negli specchi rotondi le imagini delle cose uisibili il piu delle uolte appariscono rotonde.

SIA lo specchio rotondo. a g. & l'occhio il punto. e. dal quale eschino i raggi. e a. &. e g. che si riflettino ne' punti. b. d. & il raggio. e z. si rifletta in se stesso, & ritorni all'occhio. e. Et perche i piu lunghi raggi sono quelli, che uanno alle parti piu re-

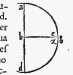
piu remote, & quei, che uanno al mezzo della cosa uisibile, sono i piu corti come è il raggio. e z. seguirà, che il punto. e. apparischi piu uicino allo specchio, che li punti. b. &. d. & che tutta la imagine. b d. apparisca rotonda.



THEOREMA VENTESIMOQVARTO.

Se l'occhio sarà posto nel centro dello specchio concauo, uedrà solamente se stesso.

Sia lo specchio concauo. a g d. & il suo cétro sia il punto. b. & i raggi, che dall'occhio uscendo uanno allo specchio siano. b a. b g. b d.
† p la 16. del 3. & così l'angolo. e. sarà eguale all'ãgolo. z. † Per il che il raggio, che dall'occhio. b. uscendo ua al punto. g. dello specchio, si rifletterà in se stes-
† per il 2. The. so, & ritornerà all'occhio. b. † & il medesimo faranno gl'altri raggi, onde essendo posto l'occhio nel punto. b. centro dello specchio, uedrà solamente se stesso.

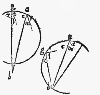


THEOREMA VENTESIMOQVINTO.

Negli specchi concaui, se l'occhio si porrà nella circonferenza, ò fuori di essa circonferenza, l'occhio non si uedrà.

Sia lo specchio concauo. a g b. & l'occhio sia nel punto. b. della circonferenza dello specchio, dal quale eschino fino allo specchio i raggi. b a. &. b g. & si riflettino. Hor perche l'an-
† per il pri. theo. golo. m t. è maggiore dell'angolo. c. † & l'angolo. e l. è maggiore dell'angolo. z. Adunque i raggi. b a. &. b g. nõ si riflet teranno all'occhio. b. Perche se si riflettessero all'occhio. b. gl'angoli fatti da' raggi ne' punti della circonferenza. a. g. farieno

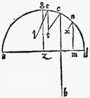
rieno eguali. Ma se l'occhio si porrà fuori della circonferenza dello specchio si dimostrerrà, che li interuiene il medesimo, perche l'imagine sua nõ si uede nello specchio, non si riflettẽ do in esso i raggi uisuali.



THEOREMA VENTESIMOSESTO.

Se dal centro dello specchio concauo, si tirerà una retta linea fino alla circonferenza, che faccia angoli retti col diametro del detto specchio concauo, & l'occhio stia, ò di qua, ò di la dal diametro, ò nel diametro stesso non uedrà cosa nessuna, che sia dalla banda, che egli è, cioè nessuna di quelle cose, che sono, ò dentro al diametro, ò fuori, ò in esso diametro.

SIA lo specchio concauo. a g d. & il diametro della sfera, della quale lo specchio è parte, sia. a d. nella qua le sia il centro. z. dal quale si tiri la. z g. che stia ad angoli retti con la. a d. & l'occhio sia nel punto. b. fuori del diametro dal quale esca il raggio. b e. che riflettendosi non si rifletterà ne al punto. b. ne manco al punto. z. perche riflettendosi ad angoli pari si rifletterà nella linea. e t. Nel medesimo modo se l'occhio si porrà dentro al diametro nel punto. t. ò ueramente nel diametro nel punto. m. i raggi. t c. &. m n. si rifletteranno nelle. c l. &. n x. Onde l'occhio non uedrà imagine ueruna di quelle cose, che sono nella medesima parte del mezzo diametro oue egli è, ne manco di quelle, che sono nello stesso diametro, ne di quelle, che sono fuori, ne manco di quelle, che sono dentro al diametro dello specchio.

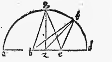


THEO

THEOREMA VENTESIMOSETTIMO.

Se si porranno gl'occhi dentro allo specchio concauo nel diametro talmente, che l'uno, & l'altro siano egualmente distanti dal centro, non si uedrà nessuno degl'occhi.

Sia lo specchio concauo. a g d. il cui diametro sia. a d. & il centro sia il punto. z. dal quale si tiri la. z g. che faccia con la. a d. angoli retti, & gl'occhi siano. b e. egualmente distanti dal centro. z. & sia il raggio la. b g. che si rifletta al punto. e. & perche i raggi si riflettono ad angoli pari † nessuno altro raggio, che esca dall'occhio. b. si potrà riflettere al punto. e. Ma se è possibile, che nessuno si rifletta fra questo il raggio. b t. che si rifletta al punto. e. & si tirino le linee rette. t e. &. t z. & uedrassi, che l'angolo. b t e. sarà tagliato per il mezzo dalla linea. t z. * onde la. b t. alla. t e. harà la medesima ragione, che ha la. b z. alla. z e. per la 3. del sesto; il che non saria uero essendo che la. b t. è maggiore della. e t. † & la. b z. è eguale alla. z e. per il presupposto. Adunque nessuno raggio, che esca dall'occhio. b. si rifletterà al punto. e. fuor, che'l raggio. b g. onde un sol raggio si rifletterà all'uno, & all'altro occhio, & il punto. e. non si uedrà. Imperoche il raggio. b g. essẽdo lũgamẽte disteso, nõ con correrà mai col raggio. b d. diuerso le parti. g. &. d. Essẽdo che di gia si è dimostrato, † che le imagini delle cose uisibili, si uedono in quel luogo, oue concorre il raggio, che esce dall'occhio, con la linea, che dalla cosa uisibile è tirata fino al centro dello specchio concauo. Et il raggio. e g. non concorrerà egli manco con la. e a. di uerso quelle parti oue è la. a. & la. g. per che nelli specchi cõcaui la cosa uisibile si uede in quella linea, che dalla cosa uisibile ua al centro dello specchio.



† per il pri. The.

† p la 7. del 3.

† nel Theo. 18.

ANNOTATIONE.

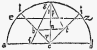
M. Egnat. *Che l'angolo. b t e. sia tagliato per il mezzo dalla linea. t z. si dimostra così, supponendo, che l'angolo. b t g. della incidentia sia* *eguale*

eguale all'angolo. E T D. *della reflessione per il primo Theo. Et la linea.* Z T. *che dal centro del cerchio uscendo, ua alla circonferenza fa angoli pari nella detta circonferenza per la* 16. *&* 18. *del* 3. *Onde l'angolo.* Z T D. *sarà eguale all'angolo.* Z T G. *da' quali angoli eguali, cauandone i due angoli eguali.* B T G. *&.* E T B. *i rimanenti angoli.* B T Z. *&.* Z T E. *saranno eguali per la terza commune sententza del primo. Adunq; la linea.* Z T. *taglia per il mezzo l'angolo* .B T E. *Ma il supposto è falso, che l'angolo.* B T G. *sia eguale all'angolo.* E T D. *onde seguirà esser uero quanto da Euclide si dimostra nel Theorema.*

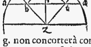
THEOREMA VENTESIMOTTAVO.

Se il mezzo diametro dello specchio concauo, si taglierà in due parti eguali, & sopra il punto della settione, si tireranno due linee di qua, & di la, ad angol retti, et gl'occhi stieno talmente, che siano egualmente lontani dal mezzo diametro, non se ne uedrà nessuno di loro, ò si ano gl'occhi fra il diametro, & la linea, che fu tirata ad angoli retti col mezzo diametro, ò siano nella stessa linea.

Sia lo specchio concauo. a g d. del quale sia il diametro .a d. il centro sia il punto. o. dal quale si tiri il mezzo diametro ad angoli retti. o g. il quale si tagli per il mezzo nel punto. p. & si tiri per questo punto la. e p z. che stia ad angoli retti con la. g o. & gl'occhi sieno. b. &. t. che stieno fra il diametro. a d. & la linea. e z. alla quale sia paralella la. b t. & gl'occhi. b. &. t. siano equidistanti dal mezzo diametro. o g. & sia il raggio uisuale. b g. che si rifletta dal punto. g. al punto. t. per il che farà angoli eguali nella circonferenza,* essendo, che la linea. z e. è paralella alla linea. b t. & la linea. b n. è eguale alla linea. n t. Congiunghinsi hora le linee .o b. &. o t. & si stendino fino a' punti. l. &. i. & si allunghi la linea. g b. fino al punto. f. & perche è maggiore la. b g. che non è la b o. sarà maggiore l'angolo. r. che non è l'angolo. i.† † per la 19. del p.mo.

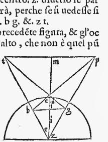


onde l'angolo. g b t. è maggiore dell'angolo. t b o. cioè dell'an
† per la 19. del primo. golo. b t o.† Adunq;. b g. &. o t. non concorreranno, & il
punto. t. non si uedrà, perche si douria uedere nel concorso
† p il 18. The. delle linee. b g. &. o t.† Sia di nuouo ogni cosa come nella pre
cedente figura, & gl'occhi. b. &. t.
siano in quella linea, che dal mezzo
diametro è tagliata per il mezzo ad
angoli retti cioè nella linea. a d. Hor
perche la. b g. è eguale alla. b z. & la
. g t. alla. t z. seguirà che la. b g. sia



† per la conuersa della 34. del pri. paralella alla. t z.† per il che il raggio. b g. non concorrerà con
la linea, che dalla cosa uisibile. t. ua al centro. z. diuerso le par
ti. g. &. t. onde l'occhio. t. non si uedrà, perche se si uedesse si
douria uedere nel concorso delle linee. b g. &. z t.

Sia di nuouo ogni cosa come nella precedête figura, & gl'oc
chi. b. g. si ponghino in un luogo piu alto, che non è quel pũ
to, nel quale il mezzo diametro è ta-
gliato in due parti eguali, & siano
equidistanti dal mezzo diametro. Di
co che il punto. b. &. g. si uedrãno, &
che. l. destro apparirà sinistro, & il
sinistro destro, & che l'imagine della
faccia apparirà maggiore di essa fac-
cia, & sarà piu lõtana dallo specchio,
che non è la faccia. Sia adunque la. b



c. il raggio, che si reflette al punto. g. & dal centro. z. fino à
punti. b. &. g. si tirino le linee. z b. &. z g. & si allunghi la. b
c. Hor perche il mezzo diametro. z c. si è tagliato in due parti
eguali nel punto. i. Sarà maggiore la. b z. che non è la. b c. &
† per la 19. del primo. per questo l'angolo. c. sarà maggiore dell'angolo. e. † ma l'an
† p la 8. del pri. golo. c. è eguale all'angolo. d.† adunq; l'angolo. d. sarà mag-
giore dell'angolo. e. & perciò le linee. z b. &. g d. essendo al-
† per la conuersa della 29. del pri. lungate concorreranno nel punto. t.† & per la medesima ra-
gione le linee. b c. &. z g. concorreranno nel punto. p. per il
che il punto. g. apparirà nel punto. p. & il. b. nel punto. t. &
le cose destre apparirãno sinistre, & le sinistre destre, & la ima
gine. p t. apparirà maggiore che la faccia. b g. imperoche, le li
nee. p t. &. b g. sono paralelle, onde la faccia come si è detto
apparisce maggiore, & è piu lontana dallo specchio essendo
la linea. m a. piu lunga della. a l.

ANNO

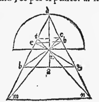
ANNOTATIONE.

CHE il raggio. B G T. della prima figura faccia angoli eguali nel la circonferenza, reflettendosi dal punto. G. al punto. T. si dimostra così. Essendo la linea. Z E. paralella alla. B T. seguirà, che l'angolo .B N G. sia eguale all'angolo. E I G. et così. T N G. sia eguale all'angolo. Z P G. per la 28. del primo, ma essendo gl'angoli. I. et. P. retti (per il presupposto del Theo.) saràno anco retti gl'angoli, che sono attorno la. N. & il lato. B N. è eguale al lato. N T. & il lato. N G. è cómune all'uno, & all'altro triágolo, per il che il lato. B G. sarà eguale al lato .T G. & l'angolo. B G N. sarà eguale all'angolo. T G N. per la 8. del primo; onde il raggio. B G. reflettēdosi nella circonferenza dello spec chio ad angoli eguali, dal punto. G. si rifletterà nel punto. T. M. Egnat.

THEOREMA VENTESIMONONO.

Ma se gl'occhi si porranno fuor del diametro dello specchio concauo, le cose, che sono dalla destra appariranno destre, & quelle, che sono dalla sinistra, appariranno sinistre; Et il simulacro apparirà minore, che non è la faccia stessa, nel mezzo fra la faccia, & lo specchio.

SIANO gl'occhi ne' punti. b. &. g. & il centro dello spec chio sia il punto. z. per il quale si tiri la linea. a z d. che faccia angoli retti col diametro dello specchio, & per il punto. a. si tiri la. b a g. ad angoli retti con la. a z d. & sia la. a g. eguale alla. a b. & il raggio. b d. si rifletta al punto. g. & per il centro. z. si tirino le. b z h. & g z e. & dal punto. e. fino al punto. h. si tiri la. h e. & così il punto. g. apparirà nel punto. e. & il. b. nel punto .h. Onde le cose destre appariscono destre, & le sinistre sinistre. Et il simulacro. e h. apparisce minore della faccia. b g. & essendo la. e h. parelella alla. b g. apparirà il simulacro nel luogo, che è in mezzo fra lo specchio, & la



faccia. Hor se la faccia si scosterà dallo specchio l'imagine apparirà ancor minore. Sia. m n. la faccia medesima che era nella .b g. ma piu lontana dallo specchio, che non è la. b g. & stia nel medesimo sito respetto allo specchio. Et seguirà, che la linea retta tirata dal punto. m. per il centro. z. & allungata cascherà nel punto. c. piu alto del punto. h. oue cascaua prima, & la linea, che dal punto. n. è tirata per il centro. z. cascherà medesimamẽte nel punto. t. piu alto del punto. e. & cosi l'imagine della. m n. è nella. t c. ma la. t c. è minore della. e h. & è piu presso allo specchio concauo.

† perche le linee .m d. & . n d si congiungono dal la bada della. t c.

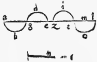
ANNOTATIONE.

M. Egnat. PERCHE *la linea.* E H. *è paralella alla.* B G. *perciò la imagine della.* B G. *apparisce fra lo specchio, & la.* B G. *che fa la imagine, perche se la linea.* E H. *fosse nello specchio non saria retta, ne paralel la alla.* B G. *essẽdo lo specchio sferico la imagine.* E H. *si uedrà in aria fra il uiso.* B G. *& lo specchio, & cosi essendo la imagine.* T C. *minore della.* E H. *si potrà accostare allo specchio concauo piu, che non si accosta la.* E C. *maggiore. Il che la esperientia chiaro lo mostra, che mettendo uno specchio concauo in terra, & poi guardandoui sopra si uede, che quanto piu la faccia ui si accosta, tanto piu la imagine nel l'aria si scosta dallo specchio, come nel Theorema si è dimostrato.*

THEOREMA TRENTESIMO.

Si può fare uno specchio talmente che in esso apparischino piu faccie, alcune maggiori, & alcune minori, & alcune piu appresso, & alcune piu lontane, & le loro parti destre si uedino dalla destra, & le sinistre dalla sinistra.

NEL piano. a m. possono stare gli specchi tondi come sono. a b g. &. t c l. & i concaui come sono. g d e. &. z i t. & gli specchi piani. e z. &. l m. Hor ponendosi la faccia nel punto. n. appariranno negli specchi piani le sue imagini eguali, & egualmente distanti da quelli; Et ne' rotondi appariranno minori, &

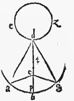


meno

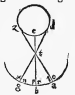
meno distanti; Ma ne concaui appariranno minori, ò maggiori, & piu, ò meno distanti, come si è dimostrato. † † nelle due precedenti.

THEOREMA TRENTESIMOPRIMO.

Da gli specchi concaui opposti al Sole si accende il fuoco.



Sia lo specchio concauo. a b g. & il Sole e d z. & il centro dello specchio sia il punto. t. et dal punto. d. del Sole fino al centro. t. dello specchio si tiri la. d t. fino al pũto. b. dello specchio, & il raggio. d g. percuota nello specchio, & si rifletta al punto. c. il qual punto cascherà fra il centro. t. & la circonferenza dello specchio, essendo, che l'angolo. p. posto nella circonferenza è minore dell'angolo. b g d. della circonferenza. Sia adunque la circonferenza. b a. eguale alla circonferenza. b g. & dal punto. d. caschi un altro raggio fino allo specchio, che sia. d a. & sarà chiaro, che il raggio. d a. riflettendosi cascherà nel pũto. c. essendo che la circõferenza. a b. è eguale alla circonferé za. b g. † Et nel medesimo modo si mostrerrà, che tutti i raggi che dal pũto. d. caschino nello specchio, & comprendono eguali circõferentie, concorrono con la linea. b t. in un pũto piu alto del punto. t. † per il pri. The. Sia di nuouo lo specchio concauo. a b g. & il Sole sia. d e z. & dal punto. e. si tiri la linea retta. e t b. & da' punti. z d. si tirino per il centro. t. le. d t g. & . z t a. & gia si è dimostrato, † che il raggio, che dal punto. e. casca nello specchio si riflette in se stesso, poiche gl'angoli. p. & . r. sono eguali, essendo angoli del mezzo cerchio † similmente il raggio. z t a. si rifletterà in se stesso perche gl'angoli. c. & . l. sono eguali, & nel medesimo modo il raggio. d t g. si rifletterà in se stesso, essendo l'angolo n. eguale all'angolo. x. Et che tutti questi raggi si riflettino in † nel 2. et 5. T. † p la 16. del 3.



se stes-

se stessi, è manifesto, poiche passono per il centro dello specchio, & lo diuidono in mezzi cerchi, & gl'angoli del mezzo
† p la 16. del 3. cerchio sono fra di loro eguali.† Onde tutti questi raggi si rifletteranno ad angoli pari, per il che in se stessi ritornano. La onde tutti i raggi, che dal sole sono mandati per il centro dello specchio, da ciascun punto di esso ritorneranno nel centro concorrendo insieme, nel qual punto riscaldandosi i detti raggi genereranno il fuoco, onde, se nel detto punto, che è centro dello specchio si porrà della stoppa si accenderà.

ANNOTATIONE.

M. Egnat. *Il fuoco si genera dagli specchi nel concorso de' raggi reflessi, come si è detto di sopra nel Theorema, ma perche detti raggi sono debili, fa mestieri di tenere cosi un pochetto ferma la cosa combustibile nel cẽtro dello specchio, acciò si disponga, et si accenda. Nondimeno questo specchio ha piu forza nello accendere, che non ha quello, che è composto da' specchi piani, in forma esagona, e triangolare, perche in questi specchi concaui, i raggi si riflettono piu unitamente, che non fanno riflettendosi da quegli specchi piani. Si può bene fare uno specchio composto di questi specchi concaui talmente, che quei raggi si unischino tutti insieme cioè le punte delle riflessioni, & habbino maggior forza nell'accendere il fuoco. La cui fabbrica si serba à dirla con piu opportuna, occasione la quale ancor si sarià posta in questo luogo se la incommodità delle figure per dimostrarla, non l'hauesse uietato.*

Il Fine degli Specchi di Euclide.



LA PROSPETTIVA
DI ELIODORO
LARISSEO,

TRADOTTA DAL REVERENDO Padre M. Egnatio Danti Cosmografo del Serenissimo Gran Duca di Toscana,

Con alcune breui annotationi del medesimo,

Et di nuouo data in luce.

IN FIORENZA,
Nella Stamperia de' Giunti.
M D L X X I I I.

ALL'ILL. ET REVER. SIG. MIO COLENDISS.

Il Cardinal di Loreno.

QVANDO. V. S. Illuſtriſs. paſſò vltimamente per Firenze, & con la preſenza ſua ſi degnò fauorire queſte ſtanze, & ueder l'opere mie: moſtrò di deſiderare il trattato della proſpettiua di Eliodoro Lariſſeo. Percio lo mando hora à lei tale quale io l'hebbi dalla Libreria Vaticana, et la traduttione appreſſo, che io ne ho fatta per accompagnare la Proſpettiua di Euclide tradotta ſimilmente da me. Et ſe bene il dono è piccolo ſpero che non ſarà ſprezzato da lei, ſi come quella, che conoſcerà molto bene la bellezza, & eccellenza di eſſo, poiche non ſolo ella ottimamente poſsiede la nobiliſſima ſcienza della Theologià, ma fra l'altre parti della Filoſofia, queſta delle Matematiche. Degniſi adunq; di acettarlo riguardando al buono animo mio, che è di ſeruirla in tutto quel poco ch'io poſſo & ſenza piu le bacio humilmente le mani pregandole da N. S. Dio ogni maggiore felicità & contento. Di Firenze alli 11. di Giugno. 1573.

Di V. Illuſtriſs. & Reuerendiſs. Sig.

Humiliſsimo Seruitore.

F. Egnatio Danti.

CAPITOLI DELLA PROSPETTIVA DI ELIODORO

LARISSEO.

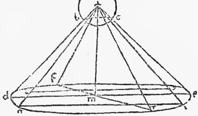
CHE con alcuni raggi, che si partono dagli occhi nostri andiamo à trouare le cose, che noi ueggiamo. *Euclide nella prima suppositione della prospettiua.* Cap. 1

Che que' raggi che si partono dagli occhi sono luce. 2

Che questa luce è portata per linea retta. 3
Euclide nella prima suppositione della prospettiua.

Che ella è portata in figura di Cono. *Euclide nella seconda suppositione.* 4

Che ella è portata in forma di Cono rettangolo. 5



SIA nella presente figura l'occhio .A B C. *& il suo cētro sia il punto.* A. *dal quale esce la luce & lo splendore, che forma il cono.* D A E. *& è rettangolo perche l'angolo.* D A E. *è retto, & ha la basa.* D N R E F. *circulare.*

Che'l Cono del nostro uedere non è pieno di luce simile. 6

Che quelle cose, che si ueggono, o si ueggono sotto angoli retti, o sotto angoli acuti. *Come nella superiore figura la.* D E. *&* .R F. *si ueggono sotto angoli retti, & la.* O P. *&.* N I. *sotto angoli acuti perche sotto maggiore angolo che il retto non si può uedere nulla non essendo la pupilla dell'occhio se non la quarta parte di esso.* 7

Donde nasce, che le cose, che si ueggono sotto maggiore angolo apparischino maggiori. *Euclide nella supp.* 5. *della pro-* 8

ſpettiua & la. D E. *che ſi uede ſotto l'angolo retto.* D A E. *appariſce maggiore della.* N I. *che ſi uede ſotto l'angolo.* N A I. *minore del retto.*

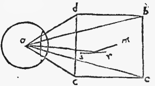
9 Che noi ueggiamo principalmente con quella luce, che è din torno all'aſſe del Cono. *Nella figura di ſopra la linea.* A M. *è l'aſſe del Cono.*

10 Che la uirtù, & potenza uiſiua opera principalmente inuer ſo quelle coſe che gli ſono dauanti. *Cioè à dirittura della linea.* A M. *aſſe del Cono.*

11 Che la punta del Cono del ueder noſtro è dentro alla pupilla, & è centro della sfera dell'occhio; poiche'l cerchio della pupilla ne taglia la quarta parte. *Nella figura di ſopra la punta del Cono è nel punto.* A. *centro dell'occhio, & la pupilla è la.* B C. *& è la quarta parte del cerchio.* A B C.

12 Che le coſe che ſi ueggono, ò ſi ueggono con uedere diritto, ò rotto, ò refleſſo.

Dal centro dell'occhio. O. *eſcono i raggi.* O B. *&.* O E. *che ueggono la.* B E. *con raggi retti, ma poi la.* B E. *entrando ſotto vn corpo diafono differente dall'aria i raggi ſi rompono nella ſuperficie.* D E. *& coſi la grandezza.* B E. *è uiſta*



da' raggi O D B. *&* O C E. *rotti. Ma la grandezza.* M. *ſi uede col raggio.* O M. *che ſi riflette nello ſpecchio.* I R. *Et i raggi.* O B. *&.* O E. *ſi rompono ne' punti* D. C. *ad angoli pari ſopra la ſuperficie del ſecondo diafono.* D C. *che è quel che dice il ſeguẽte capitolo. Il che ſi dimoſtra per la* 5. *del primo eſſendo il lato.* O D. *eguale al lato.* O C.

13 Della ſimilitudine, che ha il ueder noſtro col Sole.

14 Che il ueder noſtro rompendoſi fa angoli pari in quel luogo oue ſi rompe, come anco fa il Sole.

1 Che noi andiamo adunq; à trouare quelle coſe, che noi ueggiamo con alcuni raggi che ſi partono dagli occhi noſtri, ce lo dichiara la figura degli occhi, la quale non è concaua, ne accomodata à riceuere coſa alcuna, come quella degli altri ſenſi, ma tonda à guiſa d'una palla. Et che quei raggi, che ſi par

2 tono dagli occhi, ſieno luce, ce lo dimoſtra lo ſplendore degli

occhi,

occhi, & quello, che auuiene ad alcuni, che di notte ueggono ſenza aiuto di luce eſteriore, come ſono gli animali, che di notte uanno paſcendo; & come era Tiberio Imperadore de' Romani, & anco gli occhi degli animali notturni riſplendono di notte come il fuoco; Ma che noi andiamo à trouar le coſe, che noi ueggiamo con la luce, & ſplendore, che dagli occhi mandiamo fuori, dalle coſe già dette reſta aſſai chiaro; & ſarà anco piu apertamente conoſciuto allhora, quando dimoſtreremo la ſomiglianza, che è tra il ueder noſtro, & il ſole.

3 Et che quella luce, che da noi è mandata fuori, che ſogliamo chiamare, uiſta, ſia portata rettamente, & in forma d'un Cono rettangolo, oltre à che Tolomeo nel ſuo trattato della Proſpettiua lo ha dimoſtrato con gli inſtrumenti, ſi può anco prouare, & dimoſtrare con ragioni; Perche ſe la uiſta debbe andare quanto piu preſto ſia poſsibile alla coſa da uederſi, è neceſſario, che uadia per linea retta, eſſendo, che queſta è la minore di tutte le linee, che hanno i medeſimi termini; & in oltre ſe di quelle coſe, che ſi hanno à uedere, gli occhi ne debbono pigliare la maggior parte, che ſia poſsibile; ſa meſtiere, che ui guardino con figura circulare eſſendo, che queſta è maggiore, & piu capace di ogni altra figura piana di eguale circonferenza, come è dimoſtrato. † E neceſſario adunq; al uedere noſtro, & che con grã preſtezza apprẽda la coſa da uederſi, & che in un tratto ne uega quãto piu ſia poſsibile, pche coſi è utile all'animale, & la natura ſuole abbracciare, & procurare tutto quello, che gl'è eſpediente, & buono. Per il che con ragione il noſtro uedere ua per linea retta, & ſi conduce alle coſe da uederſi in figura circulare.

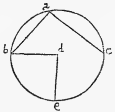
† *da Archinede, & Maurolitto, & dal Clauio.*

4 Et eſſẽdo così portato il noſtro uedere, & andando in queſta maniera a trouare le coſe da uederſi, harà figura, ò di Cilindro, ò di Cono, hauendola maſsime diſteſa, & allungata, come è coſa ragioneuole, che l'habbia. Hora egli non ha figura di Cilindro perche ſe queſto fuſſe, non potrebbe in un ſubito uedere q̃lle coſe, che ſono maggiori della pupilla † ſenza che tutte le coſe, che ſi ueggono apparirebbono all'occhio di eguale grandezza; La onde è neceſſario, che il ueder noſtro habbia figura di Cono, & cotal figura hauendo, potrà andare à trouare diuerſe grandezze di coſe uiſibili ſecondo la grandezza della lor baſa; hor che il uedere ſia di figura Conica ſi può confermare con le gia dette ragioni.

† *pche il cerchio della pupilla ſaria baſa del celindro.*

5 Et è chiaro che il Cono è rett'angolo di ſpecie terminato, percioche è ſpecie infima

fima come è l'angolo retto. Ma gl'angoli ottusi, & acuti son o di specie indeterminati, & infiniti perche tali angoli posson o essere accresciuti, et diminuiti in infinito. Et la natura suole an teporre alle cose infinite le finite come piu nobili, & meglio accomodate all'animale, che si serue della ragione. Adunq; il Cono del nostro uedere sarà rettangolo, come è conforme alla ragione, & ci uiene ancora confermato dall'apparenze, conciosia che essendo'l Cielo rotondo ne ueggiamo con un solo sguardo la quarta parte, & anco della circonferenza dell'Orizonte ne ueggiamo la medesima parte, & se noi siamo in su la circonferenza d'un cerchio ne ueggiamo in un occhiata intera mente la metà, il che non uedremmo esser cosi, se il cono del ueder nostro non fosse rettangolo. *Che il Cono del nostro uedere sia rettangolo l'Autore lo dimostra con tre esempi apparenti, i quali nella presente figura si scorgono chiaramẽte, perche essendo la quarta parte del cerchio compresa dall'angolo retto, & l'occhio stando nel cẽtro dell'Orizõte* .D. *uede la quarta parte del cerchio che è.* B E. *seguirà che l'angolo del nostro uedere nel punto.* D. *sia retto, & il medesimo, che si di*



ce dell'Orizonte, si intende anco del Cielo non essendo altro l'Orizonte che una superficie, che si immagina, che pasi per il cẽtro della terra, & uadia fino all'ultima superficie del Cielo; di maniera che il medesimo sarà la quarta parte dell'Orizonte, & quella del cielo. Cosi parimente stando l'occhio nella circonferenza d'un cerchio, uede la intera metà di essa circonferenza, cioè stando l'occhio nel punto. A. *uede co' raggi.* A B. *&.* A C. *la metà della circonferenza del cerchio che è.* B L C. *essendo retto l'angolo del mezzo cerchio, per la 31. del terzo. Et ogni uolta che l'occhio starà dentro al cerchio cioè nell'area sua fuori della circonferẽza uedrà meno di mezza la circonferẽza, & tal uolta piu del mezzo cerchio, come auuiene qñ sta nella circonferẽza, oue dal pũto.* A. *uede tutta l'area del cerchio.* A B E C A. *che è piu della metà del cerchio.* Ma à quel che dice Euclide, che nessuna cosa uisibile si puo tutta in un tratto uedere, si risponde, che la quarta parte del Cielo si rappresenta à gl'occhi tutta in un tratto. È da sapere adunq; che noi quelle cose,

le cose, che uediamo, alle uolte le apprendiamo tutte in un tratto, & alle uolte non le uediamo così esattamente, & sottilmente. Perche se bene affermiamo di uedere le cose tutte in un tratto, non diciamo di ueder nulla sottilmente, & perfettamente. Essendo che a uolere esattamente risguardare qual si uoglia cosa, bisogna, che apprendiamo tutte le parti suele, quali restano in mezzo fra gli estremi raggi, che escono dagli occhi; perche quelle cose, che nella prima occhiata non si potettero uedere, con il nuouo discorrere degl'occhi, uengono poi uedute. Fa ben mestieri d'intendere, che questa figura Conica del ueder nostro, che passa per le parti oscure della pupilla uien di uisa, & distinta in raggi uisuali, che necessariamente sono l'uno dall'altro separati, accioche abbraccino & comprendino tutto lo spatio, che è fra loro, cioè tutta la supficie del cerchio, che è basa del Cono. Et qlle cose che si ueggono ò si ueggono 7
no sotto angoli retti, ò sotto angoli acuti, essendo, che sotto gli angoli ottusi, non si uede nulla; imperoche quegli angoli, sotto i quali ueggiamo si congiungono, & conuengono insieme nella punta del Cono del ueder nostro, & gli angoli retti stanno sopra il diametro della basa del Cono. Ma gli angoli acuti stanno sopra certe linee rette, le quali sono anco esse nella basa del Cono, ma minori del diametro, o giunghino, o non giunghino alla circonferenza del cerchio. *Nella figura superiore del Cono gl'angoli.* D A E. *&.* F A R. *retti stanno sopra i diametri del Cono.* D E. *&.* F R. *Et l'angolo acuto.* N A I. *sta sopra le linee.* O P. *&.* N I. *che sono minori de' diametri di esso Cono, delle quali la.* N R. *è congiunta alla circonferenza del Cono, ma la.* O P. *sta bene nella basa del Cono, ma non è gia congiunta alla sua circonferenza.*
Hora quelle cose, che sotto maggior angolo sono uiste ci appariscono maggiori, perche le ueggiamo con maggior copia di luce, il che chiunq; pur mediocremente lo considera, apertamente l'intende. Essendo, che chiaramente conosciamo, 8
che ueggiamo qual si uoglia cosa meglio con quella luce, che 9
è attorno all' asse† del ueder nostro. Onde uolendo noi qualche cosa accuratamente uedere, uoltiamo l'occhio di maniera, che con la parte intima, che è nel mezzo del cono del ueder nostro, comprendiamo guardando la cosa che uogliamo uedere. Et di qui nasce, che se sarà un ago posto innanzi agli occhi nostri, & riguardiamo oue egli è posto, non lo ueggiamo fino à tanto, che non lo guardiamo con l'asse del Cono, o ueramen-

† *Asse è la linea .a m. nella figura preallegata.*

10 te con quei raggi, che gli ſono dintorno. Et per queſto la uir tù & potenza uiſiua opera principalmente in uerſo di quelle coſe, che gli ſono dauanti per linea retta, & quelle che gli ſono poſte per obliquo, non comprende coſi perſettamente. La onde ſe dirizzeremo il ueder noſtro (ſeguitando la natura) nel la parte dinanzi, ſarà del tutto l'aſſe del cono innanzi agli occhi noſtri, & gl'altri raggi, che gli ſono uicini, andranno chi di ſopra, chi di ſotto, chi alla deſtra, & chi alla ſiniſtra parte; Et è di tal natura la potenza uiſiua, che uedendo in uno ſpecchio quelle coſe, che ci ſon dietro alle ſpalle, gli appariſcono eſſere dinanzi, & eſſere in quelli che guardano nello ſpecchio.

11 E ben coſa manifeſta, che la punta del cono del ueder noſtro non è nella ſuperficie della pupilla, perche ſe queſto fuſſe, noi non uedrẽmo da ogni parte della pupilla. Ma è dentro à quel la, & è nel centro dell'occhio. Perche la prima, & minor baſa del Cono è l'ultima ſuperficie, che rinchiude, & circunſcriue la pupilla dell'occhio. Auuenga che la pupilla non è un cerchio ma una ſuperficie, che è la quarta parte della palla dell'oc chio; imperoche il Cono del ueder noſtro è rettangolo.

12 Ma quelle coſe, che noi ueggiamo, o le ueggiamo col uedere diritto, che ua intero, & ſenza romperſi fino al termine della coſa ueduta, ò ueramente le ueggiamo col ueder rotto, & ſpez zato. Imperoche quando guardiamo nell'acqua uediamo la ſua ſuperficie col uedere diritto, & non rotto. Et quelle coſe, che nell'acqua nuotano, ò nel profondo di quella ſon poſte, quando le guardiamo, paſſa il ueder noſtro fino al fondo, ma per la reſiſtenza dell'acqua ſi rompe. Et di qui è che ſe ſarà meſſo in un uaſo qualche coſa, che da una certa diſtanza non ſi ueda, & meſſa poi l'acqua nel uaſo, ſi uedrà detta coſa, che prima nõ ſi uedeua, da quella medeſima diſtanza. Et in queſto modo ueggiamo le coſe che ſono nell'acqua. Ma quelle coſe che ſono fuori della ſuperficie dell'acqua (& gl'ãtichi uſoro no di dire) ogni coſa, che col uedere intero per l'aria ueggiamo; noi ueggiamo cõ uedere diritto. Ma quelle coſe, delle qua li noi ueggiamo le imagini nell'acqua, ò nello ſpecchio, le ueggiamo refleſſe.

13 Hor queſte coſe che per l'acqua, ò altre coſe lucide uediamo, & queſto moto del ueder noſtro diritto, & refleſſo, come anco il lũghiſsimo, & preſto progreſſo, che egli fa, ſi può chiaramente uedere, che il medeſimo accade anco a' raggi del ſole; accioche da queſto ſi confermi quanto da

principio si è detto, & si conosca, che la luce esce dagli occhi nostri indubitatamente, perche ueggiamo, che interuiene al sole il medesimo, che al ueder nostro. Essendo che quanto la luce del sole cammina, partendosi da esso per uenir fin sopra alla superficie della terra, tanto cãmina anco il ueder nostro, quando noi risguardiamo il cielo. In oltre si uede, che tanto la luce del ueder uostro come quella del sole si fa in instante. Essendo, che nel medesimo modo, quando la nugola che ci era sopra si parte, siamo aggiunti, & illuminati da' raggi del sole in uno instante; cosi ancor noi alzando gli occhi al cielo ui giugniamo col uedere in un tratto. In oltre, perche ueggendo noi i raggi del sole cãminare rettamente, & anco rompersi, come si uede nell'acqua, nel uetro, nell'osso, & in simili altre cose, cosi anco al ueder nostro per simili cose passando interuiene. Et dalle medesime cose, da che i raggi del sole sono rotti, è rotto anco il uedere nostro. Et questo rompimento si fa ad angoli eguali. Il che da questo si può conoscere esser uero, che se dall'acqua, o da qual si uoglia altra cosa densa, & leggieri si fa la reflessione de' raggi del sole, noi per uederli di maniera accõciamo gli occhi, che stieno ne' raggi reflessi, & guardino in quel luogo dell'acqua, oue i raggi del sole son rotti, accio in essa ueggbino la imagine del sole come in uno specchio, essendo che i raggi del sole conuengono, son simili, & corrispondono a i raggi del ueder nostro, poiche si riflettono à' medesimi angoli, & eguali, la quale reflessione (come poi mostrerremo) si fa nel medesimo modo nel ueder nostro, & ne' raggi del sole. Et perche anco interuiene tãto alla luce del sole, come al ueder nostro, che da quelle cose piglino il colore, nelle quali si rompono, ò si reflettono, per dare esempio tanto di quelle cose, che da noi son uiste, come di quelle, che dal sole sono illuminate. Impeeochè, ò nascendo, ò tramontando il sole se passerà co' raggi per qualche nugola rossa, apparirà, che la terra, il mare, & ogni altra cosa che dal sole è illuminata, sia di colore rosso: il che parimente ciascuno potrà conoscere, che interuiene al uedere nostro. Imperoche del colore che è il mezzo per il qual ueggiamo, apparisce la cosa ueduta. Adunque ogn'uno, che piglierà uno specchio di qual si uoglia colore, considererà le cose, che in esso si ueggono col uedere rotto, & reflesso essere del medesimo colore, che è lo specchio, nel quale le cose si ueggono. Il che dicia- 14

mo, che nel medesimo modo interuengono tanto a' raggi del sole, come anco al ueder nostro. Ma se la reflessione si fa negli specchi di argento, ò ueramẽte nell'acque limpide, & quiete; ne il raggio del sole, ne il ueder nostro ne ritrarrà colore nessuno, & senza dubbio saranno senza colore alcuno. Quel le cose adunque, nelle quali cascono i raggi, che si rompono nelle cose predette, che non hanno colore nessuno, appariranno del medesimo colore che elle in uerità sono. Le quai cose stando così, non credo che nessuno si uergognerà di affermare, che la luce esca dagli occhi nostri uedendo così gran somiglianza, & conuenienza, che è fra il ueder nostro & il sole. La onde il gran Platone disse, che fra tutti gli strumenti de' sensi, solamente quel del uedere era similissimo al sole, & che rappresentaua principalmente la figura & imagine sua. Egli è ben da sapere, che queste reflessioni, ò rompimenti de' raggi del ueder nostro, si fanno, con ordine, ò ragione certa; Impercioche si fanno ad angoli pari, & in quei punti si congiungono, ne' quali si riflettono. Essendo che ha dimostraro il Mecanico Herone, nel libro degli specchi, che quelle rettilinee, che ad angoli eguali si rompono, sono minori di tutte l'altre linee, che dalle medesime simili parti uengono, & si rompono alle parti medesime ad angoli inegnali. Il che hauendo dimostrato disse: Se la natura non ha in darno operato intorno al uedere nostro, il rompimento del uedere si fa con angoli pari. Et questo si uede chiaro, poiche i raggi del sole si rompono ad angoli pari. Ne bisogna dire, che al ueder nostro interuenghi questa inegualità, & che à' raggi del sole auuenga di reflettersi ad angoli egnali, & pari. Et di sopra habbiamo insegnato che ne' rompimenti de' raggi del sole si fanno angoli pari, & eguali agli angoli del ueder nostro. Il quale si è dimostrato, che si rompe cõ angoli eguali.

IL FINE.

Dominici Boninſignii Flo.

SOMNIVM.

AD EGNATIVM DANTEM.

QVA gelidi Arctous plauſtrum boreale Bootæ,
Anguiferamq́; Helicen tua quondam mem-bra Lycaon
Aſpicit, aſtriferi illuſtrant quæ limina Cæli,
Eſt locus ignaui domus & penetralia Somni;
Qui prope Cimmerios habitat, quà flumina ſenſim
Labuntur lethes, circumq́; papauera florent;
Phœbus adire poteſt quo nunquam luce diurna:
Sed nox, & nebulæ, dubiæq́; crepuſcula lucis
Ante fores antri, volitant in limine primo
Somnia nata Deo totidem, quot gramina terris;
Somnia terrificis curis turbantia mentes.
Huc inter ſyluis frondentia culmina, & inter
Saxea teſqua feror, loca fœta nigrantibus umbris;
Et ſimul in ſomnis, dum linqueret aſtra, tenebris
Nox adoperta caput,:mihi uiſus adeſſe ſenectus
Quidam cui triſtis ſpargebat tempora canis,
Continuo aggredior quem ſic affarier orſus.
Quisquis es, o uenerande ſenex qui talibus oris
Hæc loca ſenta ſitu, quæ non ueſtigia ſignant
Incolis, unde domo (haud noſtri te tædia tangant)
Fare age, & optatam temnas ne rumpere uocem.
Ille refert; noſtris ſuccede penatibus hoſpes,
Non iniuſſus ades; patrijs nam ducier oris
Huc ego te uolui; referas quo dicta per urbem hæc
Ille ego, qui quondam docui dum uita maneret,
Dicerer & patriæ Alcathoes dum gloria noſtræ
Vnica cui, duplex ne foret, ſeu manſio triplex;
Et maiora oculis nobis propiora remotis

Corpora, cur soleant, & qua ratione uideri,
Et speculi tandem qui mille arcana reclusi;
Pro pudor in tenebris fœde sic undique nullo,
Et lacer ora diu per tot iam secla iacerem;
Ni foret ignotus nullis EGNATIVS *oris,*
(Vnde honor Arne tibi) uentura in tempora cui nunc
Immortale decus fama haud moritura propagat,
Me Floram Argiuum ducit qui gente Pelasga
Eois clarus, claros tibi pinifer Atlas,
Clarus utriq; polo, & gelidas quà dimouet Arctos,
Territat & medius sinuoso corpore serpens;
Et quà nubigenas Cœlum mihi parturit imbres
Ignotum, aduerso pascit quaq; astra sub axe.
Et quà Nile caput multos obscure per annos
Occulis; & nitidas Ponto uehit Ister arenas.
Hic inter centum quæ non peritura peregit
Clara opera, & peraget quoq; (sit modo uita superstes)
Præstitit hoc etiam quod me caligine tanta
Eruit, unde dies precor hoc non deleat ulla.
Hæc illi (quoniam tuus est) mea dicta referto.
Non ego nunc optem grates persoluere dignas
Quamquam ô: sed superi hoc faciant, & Iuppiter ipse,
Iuppiter ipse faue; atq; illi fac omnia cedant,
Omnia sint illi nunc, & post fata secunda:
Tunc bene quæ nouit felix referatur ad astra,
Clarius, & clarum illustrent sua sydera Cœlum.
Tu quoq; COSME *faue, magnis atq; annue cœptis.*
Pluraq; dicebat, somnus sed liquit inertem;
Aureum reddiderant namq; orbem tela diei,
Dispuleratq; polo stellarum lucifer agmen.

A' LETTORI.

V*OLEVA il P. M. Egnatio dietro a questa prospettiua di Euclide aggiugnerui la pratica per sodisfatione degli artefici, ma sapendo, che il Gētilissimo, et Illustre Barone Bernardino Martirano è per dar fuori in breue la pratica, che egli ha fatta in tanta eccellenza, che in tal genere non si puo desiderare meglio, se ne rimette a quella, la quale si potra accompagnare con questa di Euclide, & di Eliodoro Larisseo, la quale per piu uostra cōmodità habbiamo uolsuto stampare non solo tradotta in Toscano, ma Greca, & Latina.*

